Revista Colombiana de Estadística
Nº 25 - 26, págs. 63 - 82

MÉTODO ESTADÍSTICO PARA MODELAR LA CRECIENTE DE LA CUENCA DEL RÍO COELLO

Alberto Boada R. y Pedro Nel Pacheco D.*

Resumen

Se presenta en este artículo un ejemplo de la metodología para modelar crecientes a partir del análisis de la información de caudales máximos, realizando de los recolectados en una de las estaciones (Puente Carretera) de la cuenca Hidrográfica del río Coello. El método utilizado consiste en estimar los parámetros para cada una de las siguientes distribuciones de probabilidad: Distribución de valores extremos, log-normal, log-Pearson tipo III y distribución de Wakeby; posteriormente calcular el periodo de retorno ($Tr = 1/f(x)$.) y hacer un análisis gráfico para indicar cual modelo tiene el mejor ajuste y así modelar la creciente para predecir en frecuencia y magnitud los eventos extremos que puedan ocurrir en el futuro.

1. Introducción

Desde el punto de vista práctico y técnico en la proyección, diseño, construcción y utilización de sistemas de riego, embalses, estaciones hidroeléctricas, puentes, represas, obras para el control de inundaciones es básico desarrollar una valoración del caudal de diseño para períodos futuros, lo que implica obtener valores extremos y ello sólo se consigue determinando la probabilidad de que se presente o no dicho fenómeno, es decir, se deben conocer los modelos para estimar la magnitud de los eventos correspondientes

* Profesor Asociado del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Nacional de Colombia

a períodos de retorno de diseño, generalmente mayores que el rango de registro de los eventos históricos.

La afluencia del río varía en el transcurso del día, día tras día, mes tras mes, año tras año; se acostumbra el valor diario como el estimador medio de varias observaciones por día. En la práctica las afluencias no se miden directamente sino que se infieren de las elevaciones estimadas u observadores y de una curva de clasificación adecuada.

Si se alcanzan valore tope en estaciones diferentes, por ejemplo, debido a las lluvias y a la licuefacción de la nieve en un páramo, deben ser considerados por separado. La afluencia mayor que se alcance en una estación se llama "creciente" por lo tanto, la creciente será el mayor registro de m^3/seg. en un punto determinado por donde corre una corriente de agua.

Es importante conocer la magnitud de las crecientes en relación con la construcción de diques, puentes y plantas hidroeléctricas, y obras civiles en general las cuales deben ser capaces de resistirlas. De otra parte, las represas deben cumplir su objetivo de suministrar agua para fines industriales, uso doméstico e irrigación, aún en las estaciones más secas.

El problema a resolver se centra en suministrar un requerimiento mínimo de agua o los niveles máximos para el diseño, con el fin de resistir el paso de las crecientes que se pueden presentar en un futuro y el grado de disminución o abundancia hídrica, con relación al valor medio. Por ello el problema de obtener variaciones posibles de caudal, se soluciona utilizando modelos probabilísticos.

En la parte metodológica se tendrá en cuenta que las crecientes son por definición el extremo de la afluencia diaria y por tal motivo se cataloga como variable susceptible de tratamiento estadístico, puede entonces analizarse este fenómeno a partir de la teoría de valores extremos. Como inicialmente no se conocía la distribución que seguían las observaciones en el cálculo de las crecientes, los desarrollos matemáticos y estadísticos de Fisher, Gumbel, Pearson y otros, permiten realizar estos cálculos que serán analizados en este artículo.

La determinación de crecientes mediante métodos probabilísticos se basa en la extrapolación de una curva ajustada a los caudales máximos registrados cada año.

El método a seguir es el siguiente:

- Se obtienen de las estadísticas los caudales máximos instantáneos de cada año.
- Se ordenan los valores y se efectúa un ajuste analítico, utilizando la Función de Gumbel, ajuste de Pearson tipo III, la distribución log-normal y la distribución de Wakbey.
- Se grafican en papel de probabilidades estos modelos y se selecciona el mejor.

2. Causas de las crecidas

Las causas básicas de la mayoría de las crecidas fluviales son la incidencia de fuertes lluvias, la fusión de nieve en gran volumen o un aumento de sobrecarga hidráulica en los niveles de las aguas. esto incluye la presencia de obstrucciones naturales o artificiales en el canal de avenidas, como amontonamiento de residuos y fragmentos flotantes, las represas, etc. y el factor, con frecuencia crítico, del oleaje de marea o de la sobre-elevación del nivel por el viento de los estuarios. Incluyen también los acontecimientos generalmente imprevistos de riadas causadas por un repentino derrumbamiento de una presa, un deslizamiento de tierras o una corriente de fango.

Las dimensiones de la superficie de captación de aguas determinan de ordinario el carácter de la crecida y por consiguiente el tipo de fenómenos metereológicos que pueden causar crecidas extremas.

3. Características de las cuencas

El río es la corriente natural de drenaje de las aguas que caen como precipitación sobre la cuenca.

Las magnitudes de los caudales que pasan por la estación y sus variaciones con el tiempo, representa las respuestas de la cuenca a las lluvias que caen sobre ella; estas respuestas dependen, tanto de las características de la lluvia como de la cuenca. Las primeras se refieren a intensidades, duraciones, patrones temporales y distribución sobre el área , mientras que la característica de una cuenca depende de su delimitación, que se hace teniendo en cuenta condiciones de orden topográfico, principalmente.

Las características principales de una cuenca de refieren a aspectos morfológicos y fisiográficos, y una capacidad de la cuenca para almacenar agúa en forma superficial o subterránea, teorías que no serán tratadas en este artículo ya que no son de naturaleza estadística., sinembargo se tocarán aquellos elementos necesarios en la comprensión del tema tratado.

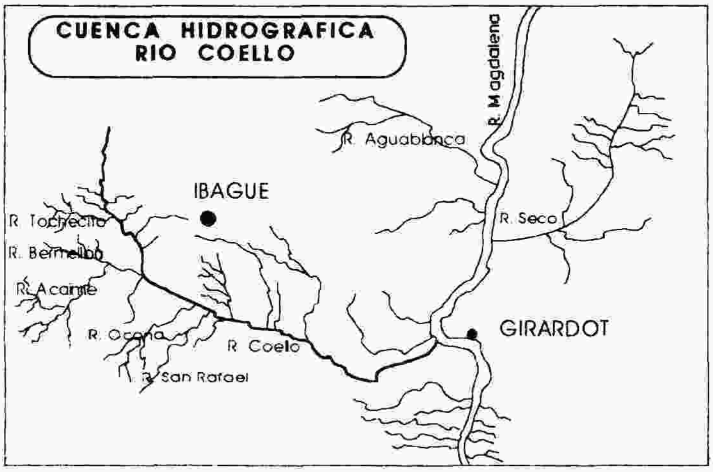

Fig. Nº 1

Se optó por cuenca del río Coello, (Fig. Nº 1) dado que esta zona es piloto en un proyecto de ordenamiento territorial el cual tiene como objetivos:

a. Proporcionar un sistema que permita manejar información espacio-temporal del país e diferentes niveles

b. Establecer procedimientos que estandaricen la recolección de los datos y normalicen las características de estos niveles.

c. En este sitio se encuentra ubicado un distrito de riego que busca la utilización total de áreas irrigables y manejo óptimo del servicio del riego, pues tiene un desarrollo potencial en cultivos frutales y un área cultivada de 48.000 hectáreas en arroz, sorgo y soya.

4. Estimación de crecientes

Dentro de los pasos para determinar zonas de riesgo, el hidrólogo o investigador aplica un programa de estimación de crecidas, relativo a la determinación de los futuros caudales de crecidas y sus características inherentes.

Inicialmente se estiman los caudales máximos de crecida (y de los niveles del río) y de su frecuencia en una determinada sección transversal del río, alternativamente implica también la estimacion de un máximo teórico. Cuando lo exige la situación, se establece un hidrógrafo[1] completo de las inundaciones para el caudal máximo deducido. Pero sólo se hace si van a ser proyectados y puestos en funcionamiento métodos de control de embalse, o si la sección respecto de la cual se ha efectuado inicialmente la estimación se encuentra alejada del tramo en el que es necesaria la previsión de desastres y por tal motivo, se precisa una labor de prevención de riadas para determinar los cambios adecuados en los caudales máximos.

En la metodología hidrológica normal, para la estimación de crecidas, se calculan las caracteristicas de creciente relacionadas con los criterios de altura (y caudal medio en m^3/seg.) frecuencia de incidencia, gravedad máxima posible, coeficientes de elevación del nivel del agua y duración de las alturas críticas de la superficie líquida, es decir, se determina la altura del agua por encima de un nivel de referencia fijado.

En la práctica y en nuestro medio, los métodos adoptados dependen de los datos disponibles, de las características regionales y de la intuición del hidrólogo. Con frecuencia las estimaciones que se obtienen muestran cierta incertidumbre por ello es aconsejable emplear más de un método para calcular las corrientes y niveles de crecida para cualquier aplicación aislada.

1. Hidrógrafo o carta Hidrográfica: representacón gráfica de lavariación de altura o caudal con el tiempo

5. Medición del caudal

El caudal que pasa por una sección determinada de un río es generado por lluvias que caen en su cuenca vertiente. La medición directa del caudal que está pasando en un momento dado por la sección se realiza por uno de los siguientes métodos de aforo: volumétrico, vertederos, con trazadores, con molinete y flotadores.

6. Distribuciones empíricas y teóricas de crecientes

Una distribución empírica de frecuencia es el resultado del procesamiento estadístico de la información histórica. Los pasos que se siguen son los siguientes: recopilar, ordenar la información y determinar la probabilidad de ocurrencia y con estos valores calculados se llevan a un papel de probabilidad y se grafican, para mayor comodidad se encierran en pequeños círculos y se unen con líneas rectas. Esta línea resultante se le conoce como distribución de frecuencia empírica.

Las distribuciones de frecuencias teóricas son ajustadas a la información histórica mediante la estimación de los parámetros de los modelos ya desarrollados y dichos resultados también se grafican en papel de probabilidad, esperando que la tendencia sea muy similar a la de la distribución empírica, obteniendo así, una curva más definida para poder posteriormente estimar probabilidades mayores o menores a la del rango que nos permite la distribución empírica.

7. Distribuciones de probabilidad estudiadas

7.1. Distribución generalizada de valores extremos (GEV)

Los valores extremos generalizados representan e indican como se distribuyen las crecientes anuales. La familia de distribuciones generalizadas de valores extremos se dividen en tres clases de acuerdo a la forma del parámetro K. Las tres clases se refieren a las definidas por Fisher-Tippett tipo I, tipo II y tipo III (Fisher and Tippett 1928), denotadas también como EV1, EV2 y EV3. En la práctica el valor de K está entre -0,6 y 0,6.

Si K es menor que cero corresponde a la distribución de tipo II, si K = 0 corresponde a una distribución de tipo I y si K es mayor que cero corresponde a una distribución de tipo III.

La distribución EV1 es conocida como distribución *Gumbell* o doble exponencial.

Si la variable X tiene distribución de tipo III (EV3) entonces -x es denotada como distribución de Weibull.

7.2. Distribución log-normal

Rara vez los eventos en hidrología pueden ser descritos por una distribución normal dado que estos eventos son comúnmente asimétricos, por lo que varias transformaciones fueron desarrolladas para normalizar una distribución asimétrica.

La transformación logarítmica de un conjunto de datos busca que los logaritmos de dicho conjunto están normalmente distribuidosy que por efecto de esta transformación los coeficientes de asimetría y Kurtosis estarán cerca de 0 y 3,0 respectivamente.

En la práctica su usan dos formas para la obtención de la curva teórica de la distribución *log-normal*, una de ellas consiste en llevar a logaritmo todos los valores de la serie histórica de la variable hidrológica aleatoria X, cuyos puntos $x_1, x_2, \ldots, x_n$ varían entre $0 < x < \infty$, luego la serie transformada en logaritmo, se puede llamar $U = Ln\ x_i$ y su recorrido será $-\infty < x < \infty$, el segundo método es utilizando papel de probabilidad, cuando las curvas presentan asimetría.

7.3. Distribución log-Pearson tipo III

Un grupo de distribuciones pueden ser derivadas a partir de la generalización de ecuaciones diferenciales propuestas por Karl Pearson. Si una distribución de tipo III se transforma con logaritmo, esta transformación corresponde a una distribución log-Pearson tipo III.

La distribución log-Pearson tipo III tiene tres parámetros. Bobee (1975) mostró que la distribución puede tomar varias formas dependiendo de la relación entre parámetros y sus signos, el rango de la variable también depende del signo de los parámetros. La variable puede tener un límite inferior positivo e indefinido o éste puede ser cero, el límite inferior con un límite superior positivo.

Los parámetros de la distribución son a, b, m. El parámetro límite es m, mientras que a y b representan la escala y forma respectiva.

7.4. Distribución de Wakeby

Esta distribución tiene cinco parámetros y fue propuesta por Houghton (1978) para modelar crecientes. Una ventaja de esta distribución es que puede asumir formas tales como "S-bends" (forma de S) y "Hockey sticks" (palo de Hockey) formas no aplicables a las distribuciones convencionales.

La función de distribución de probabilidad inversa de Wakeby es:

$$x = -a(1-F)^{b} + C(1-F)^{-d} + e$$

donde F es la probabilidad de no exceder a X, a y c son parámetros de escala, b y d son parámetros de forma.

Uno de los rasgos más significantes de la distribución de Wakeby es que las colas derecha e izquierda de una distribución pueden ser modeladas separadamente. Esto es: los parámetros a y b gobiernan la cola izquierda (crecientes bajas) mientras que los parámetros c y d gobiernan la cola derecha (crecientes altas). Entonces dos parámetros son requeridos para definir cada cola ,y el parámetro e es de localización.

Luego el tiempo de retorno de un extremo (creciente) utilizando la fórmula sería:

$$Tr = \frac{m + 0{,}2}{M - 0{,}4} * 100\%$$

Es decir el tiempo de retorno de una creciente es el inverso de la probabilidad de ocurrencia.

8. Período de retorno

El interés del presente artículo también consiste en definir en cuando tiempo un suceso o evento denotado creciente o extremo medido por el caudal en m^3/seg.. Se esperará que ocurra, es decir cuando será superado o igualado una vez cada n años. Cuando es superado o igualado en un intervalo de tiempo dado, a este fenómeno se le denota período de retorno y se calcula como el inverso de la probabilidad de ocurrencia:

$$Tr = \frac{1}{P}$$

Si la estimación de la probabilidad de excedencia P se hace la fórmula de cunane

$$P = \frac{M - 0{,}4}{n + 0{,}2} \qquad \text{entonces}$$

$$Tr = \frac{n - 0{,}2}{M - 0{,}4}$$

Si se tienen los siguientes valores calculados para la cuenca del río Coello: (ver tabla 1)

Año	Dato	Ranqueo	Pr..babilidad	Período de Retorno
1989	57.220	16	85,71	1,167

De 18 años observados se encontró que en 1989 hubo una creciente de 57,22 m_3/seg. y que al ordenar los valores de esta serie ese valor quedó ubicado en la posición 16 y que su probabilidad estimada de ocurrencia es de 0,8571, de donde se espera que esta creciente se vuelva a presentar cada 1,167 años o que el período de retorno es de cada 1,167 .

Cuando la información se ordena de mayor a menor asignando a cada valor un número de orden "m" correspondiéndole al primer m = 1 (mayor valor de la serie), m=2 al segundo mayor valor y así sucesivamente hasta el último m = n, entonces P será la probabilidad mayor que ese Q dado así:

$$P = P(Q > X_i) = \frac{M}{n + 1}$$

Cuando los datos de ordenan de menor a mayor, se obtiene la probabilidad menor que Q dada así:

$$P = P(Q \leq X_i) = 1 - \frac{n}{n+1} * 100$$

y así sabemos que :

$$P(Q \leq X_i) + P\ (Q \geq X_i) = 1$$

la probabilidad de ocurrencia o excedencia o la ocurrencia (complemento) es igual:

$$P = 1 - P(Q \geq X_i)$$

$$P = 1 - F(X)$$

Por ejemplo si $P(Q \geq 60\ m^3/seg.) = 0{,}25$ es decir de 100 datos se espera que 25 sean menores o que 7 sean mayores que 60 m^3/seg.. Expresado en el tiempo se interpreta así: en 100 años se espera que durante 25 años se registren caudales superiores a 60 m^3/seg., por lo tanto que cada período de retorno $Tr - 1/25 = 4$ años, se presenta un caudal superior o igual a 60 m^3/seg..

9. Ajuste analítico y gráfico en el cálculo de crecientes

Aquí se presenta el ajuste analítico y gráfico del mejor modelo. Para evaluar una variable aleatoria en hidrología se utilizan los siguientes estimadores de esperanza matemática, moda, mediana, varianza, desviación estándar, coeficiente de variación y coeficientes de sesgo. Sinembargo una determinada distribución puede ser escogida con base en criterios de flexibilidad, conveniencia general, bondad de ajuste, adaptabilidad teórica en la descripción del fenómeno y habilidad para extraer mayor información de los datos, utilizando técnicas apropiadas de estimación de parámetros.

10. Modelo seleccionando distribución log-Pearson tipo III

La función de densidad es la siguiente:

$$f(x) = \frac{\exp\left\{-\frac{\operatorname{Ln} x - m}{a}\right\}}{|a|\,\Gamma(b)} \left\{\frac{\operatorname{Ln} x - m}{a}\right\}^{b-1} \qquad (1)$$

donde a, b y m son parámetros de escala, forma y localización respectivamente y Γ es la función gamma.

11. Estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud.

Aplicando la teoría de máxima verosimilitud a la ecuación (1) se obtiene:

$$\frac{Ln\,L}{\delta a} = \frac{1}{a^2}\sum (Ln\,x - m) - \frac{1}{a} * Nb = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{Ln\,L}{\delta b} = N\Phi b + \sum Ln\,(Ln\,x - m/a) = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{Ln\,L}{\delta m} = N/a - (b-1)\sum (Ln\,x - m)^{-1} = 0 \qquad (4)$$

donde $\Phi(b)$ es función F (o digmma función) de $\delta\, Ln\, \Gamma(b)/\delta b$. Las ecuaciones (2), (3) y (4) son tres ecuaciones trascendentales con parámetros a, b y m. La ecuación (3) puede ser reducida a una ecuación trascendental en m antes que su solución sea a partir de tres parámetros; esto es reordenando las ecuaciones (2) y (3) así:

$$a = (1/Nb) \sum Ln\,(x - m) \qquad (5)$$

$$b = \frac{\sum \left[Ln\,(x-m)\right]^{-1}}{\sum \left[Ln\,(x-m)\right]^{-1} - \dfrac{N^2}{\sum Ln\,(x-m)}} \qquad (6)$$

Sustituyendo la ecuación (5) en la ecuación (3) y eliminando a, y la ecuación (6) en la (3) se elimina b y la función Φ si puede ser reemplazada por la siguiente expresión donde $\Phi(b)$ tiende a:

$$\Phi(b) = Ln\,(b)\,\frac{1}{2b} - \frac{1}{12\,b^2} + \frac{1}{120\,b^4} - \frac{1}{252\,b^6} \qquad (7)$$

Condie y Nix encontraron que cuando se tienen valores bajos para b se debe recurrir a la siguiente ecuación:

$$\Phi(b) = Ln\,(b+2)\,\frac{1}{2(b+2)} - \frac{1}{12\,(b-2)^2} + \frac{1}{120\,(b-2)^4} - \frac{1}{252\,(b-2)^6} - \frac{1}{b+1} - \frac{1}{b} \qquad (8)$$

La función de densidad de esta distribución (1) puede tener sesgo positivo o negativo.

Y la solución a la ecuación (3) es a partir de sustituciones sucesivas, por lo tanto puede tener raíces menores que el menor valor de la serie o más grande que el máximo. La curva correspondiente a la ecuación (3) tiene varias inflexiones y por confianza se utiliza el método de Bolzano para evitar el efecto de las raíces e inflexiones y porteriormente se utiliza el método iterativo de Newton-Raphson el cual da una solución confiable para encontrar la estimación de los parámetros a, b y m.

12. Estimación por momentos

Tomando momentos en la f. d. p conducen a que

$$E[X] = m + ab, \quad \sigma_x^2 = a\sqrt{b} \;\; y \;\; G_1 = 2.0/\sqrt{b}$$

de donde se deducen los siguientes estimadores:

$$\hat{a} = Sg1/2 \tag{9}$$

$$\hat{b} = (2/g1)^2 \tag{10}$$

$$\hat{m} = \overline{X} - 2S/g1 \tag{11}$$

donde $\overline{X}$ es la media aritmética, S es la desviación estándar y g1 el coeficiente de asimetría.

13. Estimación de crecientes para T-años

Utilizando la aproximación de Wilson-Hilferty para la distribución Chi-cuadrado se tiene:'

$$\text{Ln}\, Xt = m + a\left(\frac{t}{3b^{\frac{1}{6}}} - \frac{1}{9b^{\frac{2}{3}}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^3 \tag{12}$$

donde Ln Xt es el logaritmo de T-años y b es la desviación estándar que se estima para el período de retorno.

Entonces Xt = exp(Ln Xt)

14. Cálculo de la distribución empírica con el método de Cunane para la serie original de la estación Puente Carretera ubicada en la cuenca hidrográfica del río Coello.

Los valores que aparecen en la tabla 1 se grafican en papel de probabilidad (figuras 2 y 3) y se puede interpretar un valor así: Si el período de retorno es de 5,056 años quiere decir que el valor del caudal (171.3) al que le corresponde la probabilidad .19,78, se puede presentar o puede llegar a ser superado o excedido con una frecuencia una vez cada 5,056 años.

Año	Caudal	Orden descendente	Ranqueo	Probabilidad %	Período de retorno Años
1972	180	180	1	3,3	30,333
1973	101	171,3	2	8,79	11,375
1974	77	145	3	14,29	7
1975	171,3	130	4	19,78	5,056
1976	145	101	5	25,27	3,957
1977	90	90	6	30,77	3,25
1978	130	90	7	36,26	2,758
1979	90	79,4	8	41,76	2,395
1980	39,6	77,65	9	47,25	2,116
1981	77,65	77,25	10	52,75	1,896
1982	77,25	77	11	58,24	1,717
1983	55,8	74,8	12	63,74	1,569
1984	72,7	72,7	13	69,23	1,444
1985	65,4	70,55	14	74,73	1,338
1986	74,8	65,4	15	80,22	1,247
1987	79,4	57,22	16	85,71	1,167
1988	70,55	55,8	17	91,21	1,096
1989	57,22	39,6	18	96,7	1,034

Tabla 1

A continuación se presentan los resultados de las estimaciones de los parámetro para la distribución de probabilidad log-Pearson tipo III, ya que fue el modelo que más se ajustó.

Distribución log-Pearson tipo III

(fig. 3 y 4)

Estadísticas	Media	D. S.	C.V.	C.S.	C.K.
Valores X	91,926	39,32	0,428	1,202	4,266
Valores ln X	4,444	0,395	0,089	0,400	3,706

X (MIN) = 39,6 Tamaño de la Muestra = 18

X (MAX) = 180

Solución obtenida por máxima verosimilitud

Parámetros: A = 0,7440E-01 B = 26,57 log(M) = 2,467 M = 11,79

Período de retorno	Probabilidad de excedencia	Caudal
1,003	0,997	34,80
1,050	0,952	47,10
1,250	0,800	61,40
2,000	0,500	83,10
5,000	0,200	116,00
10,000	0,100	141,00
20,000	0,050	166,00
50,000	0,020	202,00
100,000	0,010	232,00
200,000	0,005	263,00
500,000	0,002	309,00

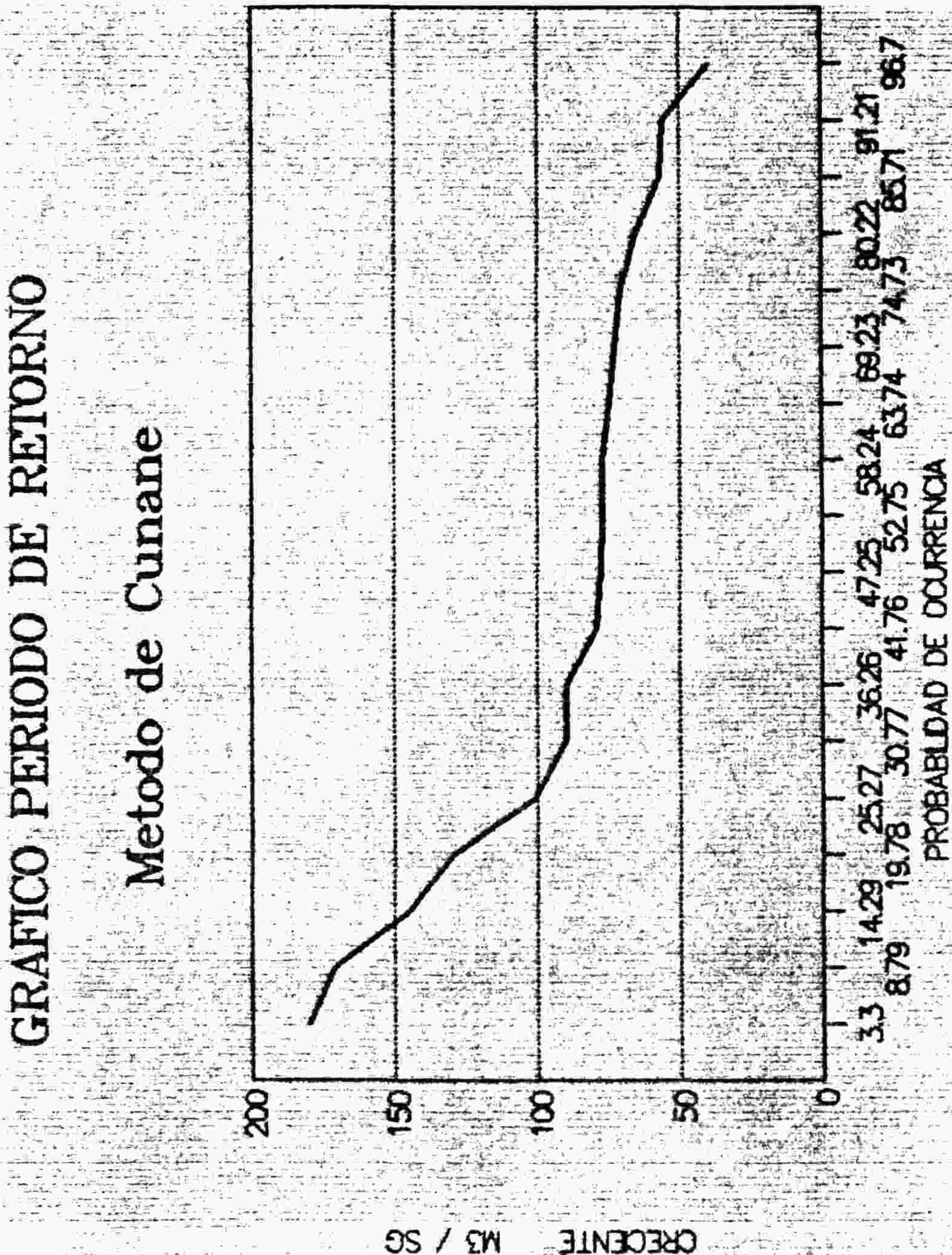
GRAFICO PERIODO DE RETORNO
Metodo de Cunane
200
150
100
50
0
3.3
8.79
14.29
19.78
25.27
30.77
36.26
41.76
47.25
52.75
58.24
63.74
69.23
74.73
80.22
85.71
91.21
96.7
PROBABILIDAD DE OCURRENCIA
CRECIENTE M3 / SG

Fig. 2

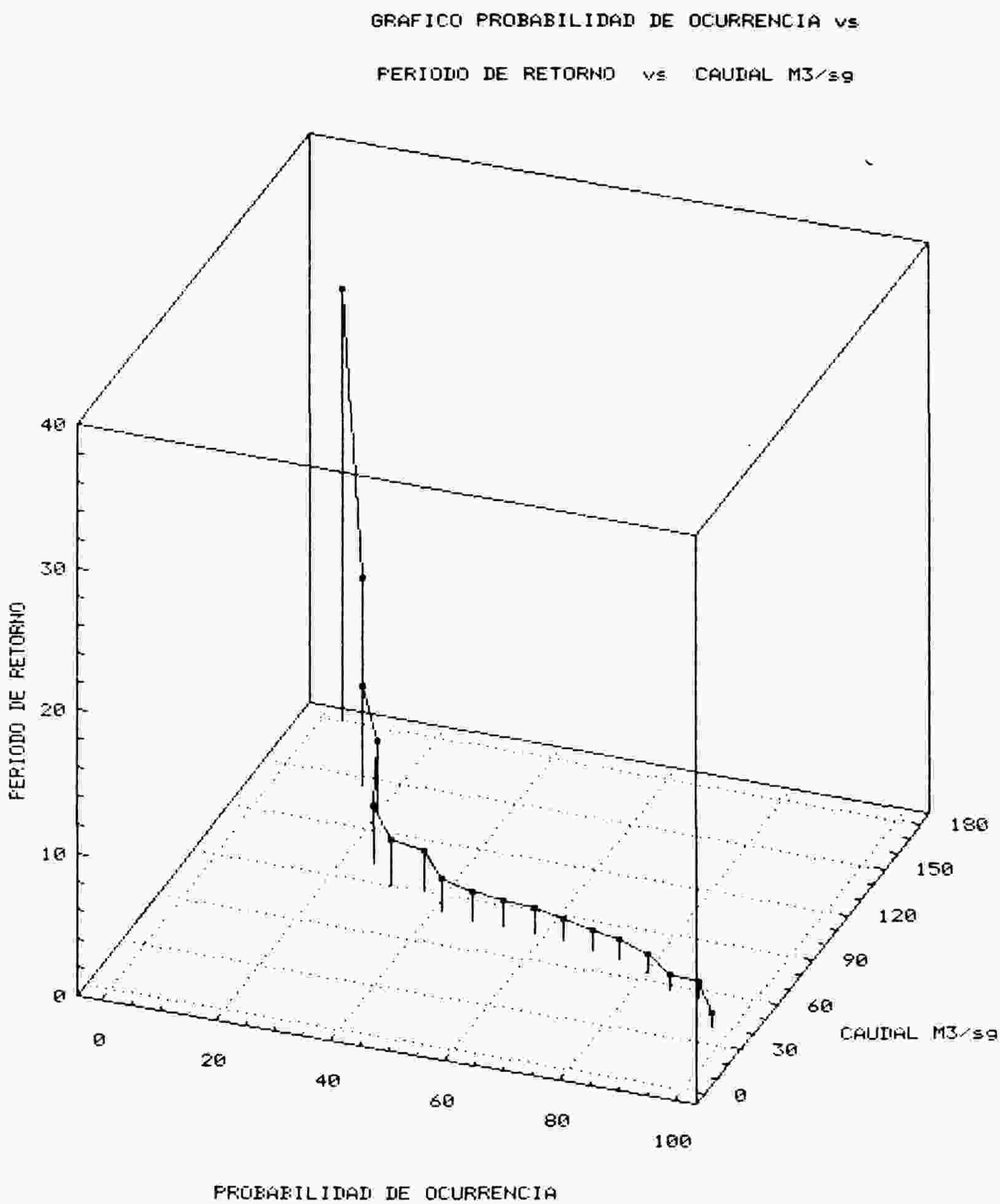
GRAFICO PROBABILIDAD DE OCURRENCIA vs
PERIODO DE RETORNO vs CAUDAL M3/sg
PERIODO DE RETORNO
0
10
20
30
40
0
20
40
60
80
100
PROBABILIDAD DE OCURRENCIA
0
30
60
90
120
150
180
CAUDAL M3/sg

Fig. 3

15. Conclusiones

Cuando se recolecta información, la cual se ordena y se le aplican métodos estadísticos se pueden obtener inferencias válidas sobre la ocurrencia de un fenómeno dado y en este caso con la ayuda de la probabilidad se logra establecer en cuanto tiempo un evento (creciente) puede llegar a ser superado o excedido; y es aquí donde se emplea el análisis de frecuencias cuyo principal objetivo en este artículo es determinar períodos de retorno de eventos extremos registrados.

Una vez estimados los parámetros para cada distribución de probabilidad y al graficar las funciones (valores extremos, log-normal, Wakeby y log-Pearson tipo III) se observa que los valores obtenidos o puntos graficados con las diferentes distribuciones, en la parte media son casi iguales y la dispersión se presenta en los límites superior e inferior, puntos que cuando se están analizando caudales máximos son de cuidado, problema que se corrige utilizando la distribución de log-Pearson tipo III y que evidentemente al comparar su distribución frente a la gráfica obtenida con el método de Cunane es la que mejor ajuste presenta, luego al indicar que ésta es la distribución de probabilidad de mayor precisión en la cuenca del río Coello al encontrar la probabilidad de 0,997 (99,7%) su período de retorno asociado es de 1,003 años, para un caudal de 34,80 m^3/seg. y así sucesivamente para cada una de las probabilidades calculadas. Conociendo los datos iniciales de crecientes y después del análisis estadístico (selección del mejor modelo) con los estudios morfológicos de la cuenca, ubicación de los sitios encañonados , llanuras aluviales de inundación o áreas planas susceptibles de desbordamientos y encharcamientos, se tienen todas las herramientas para hacer un análisis completo de riesgos y evaluación del diseño, construcción y utilización de sistemas de riego, embalses, estaciones hidroeléctricas, puentes, represas, etc.

Las distribuciones de probabilidad calculadas para una cuenca hidrográfica tienen carácter puntual ya que su comportamiento está determinado por la relación espacio-temporal de los valores hidrometereológicos por ello de región a región otra puede ser la distribución más representativa.

Bibliografía

Kachigan, S., 1988, *Statistical Analysis an Interdisciplinary Introduction to Univariate & Multivariate Methods*, New York.

Linsley, K., 1988, *Hidrología para ingenieros*, Segunda Edición, McGraw Hill, Bogotá.

Medina, G., 1984, *Hidrología Básica*, Bogotá.

Natural Enviroment Research Council, 1975, *Hydrological Studies*, London.

Roche, M., 1963, *Hydrologie de Surface*, Gauthier-Villars Editeur, Paris.

Steel and Torrie, 1985, *Bio-Estadística, Principios y Procedimientos*, Segunda Edición, McGraw Hill, Bogotá.