

*Revista Colombiana de Estadística*  
N<sup>o</sup>s 23-24, 1991

**LAS SERIES DE TIEMPO EN LA INVESTIGACION  
ESPACIO-TEMPORAL SOBRE DESCARGAS ELECTRI  
CAS ATMOSFERICAS EN COLOMBIA**

*Horacio Torres*

Depto. de Ing. Eléctrica  
Universidad Nacional.

*Orlando Castaño*

Consultor

**Resumen:** Los graves problemas de carácter económico, social y político que pueden generar las interrupciones (apagones) en el suministro de energía eléctrica, han llevado a investigar a nivel mundial las descargas eléctricas atmosféricas (rayos) como una de las principales causas.

Es un hecho reconocido por más de sesenta años que la frecuencia de la actividad de tormentas eléctricas tiene una gran concentración entre el trópico de Cáncer ( $23^{\circ}05'N$ ) y el de Capricornio ( $23^{\circ}05' S$ ).

Investigaciones recientes a nivel nacional e internacional han mostrado la importancia del análisis espacio temporal de las descargas eléctricas atmosféricas por la incidencia de la latitud terrestre en la magnitud de los parámetros del rayo.

Este artículo presenta una metodología basada en el método matemático de series de tiempo para el estudio de corrección de la serie nivel cerámico con la serie de precipitación.

Se plantea la hipótesis de regionalizar la actividad eléc

trica atmosférica en Colombia por latitudes, de acuerdo con el desplazamiento de la zona de confluencia intertropical (ZCIT).

**DESCRIPTORES.** Descargas eléctricas atmosféricas. Series de Tiempo, Zona de Confluencia Intertropical.

## 1. Introducción.

Para propósitos de aplicación al diseño e investigación de Ingeniería Eléctrica es necesario conocer los parámetros que caracterizan los rayos, principalmente en la zona ecuatorial terrestre, la de mayor actividad eléctrica atmosférica del mundo.

Por muchos años instituciones meteorológicas mundiales, y en particular el Instituto Colombiano de Hidrología Meteorología y Adecuación de Tierras - HIMAT en Colombia, han registrado la frecuencia de la actividad eléctrica atmosférica.

Estas mediciones en Colombia han sido procesadas, analizadas y presentadas como mapas, ( Torres, Mejía, Román, Bernal, Joya y López (1990) y Working Group Repor, (1990), y estudios de nivel ceraunico, Castaño y Riascos (1987), Serrano y Villaizán (1987) y Riaño y Pérez (1987)).

El *nivel ceraúnico* es definido como el número de días al año en los cuales por lo menos un trueno es oído. La estadística de este parámetro ha sido universalmente aceptada para señalar la frecuencia básica del problema de los rayos.

Un amplio proyecto de investigación a nivel nacional sobre mediciones y conocimiento de los rayos viene siendo implementado desde hace cuatro años por el *Grupo Nacional de in*vestigación de descargas eléctricas atmosféricas, grupo de apoyo y asesoría reconocido por la Junta Directiva de Interconexión Eléctrica S.A. -ISA, conformado por Empresas del sector eléctrico colombiano y la Universidad Nacional de Colombia.

Dentro del proyecto *Red Colombiana de Medición de descargas eléctricas atmosféricas*, propuesto por el citado Grupo, se han adquirido los primeros detectores de corriente de rayo. MC-100 y contadores de rayos RSA-10 de fabricación nacional, así como el primer sensor de tormentas TSS-420/430, financiado por Colciencias, instalado y operado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional.

Con el objeto de tener un marco teórico fundamental en los actuales y futuros estudios espacio-temporales de los parámetros de los rayos, se viene trabajando durante los últimos años en el tema de las series de tiempo.

## 2. Análisis espacio-temporal.

En el análisis espacial y obtención de resultados de la actividad eléctrica atmosférica se deben considerar tres niveles geográficos:

- Global
- Regional
- Local

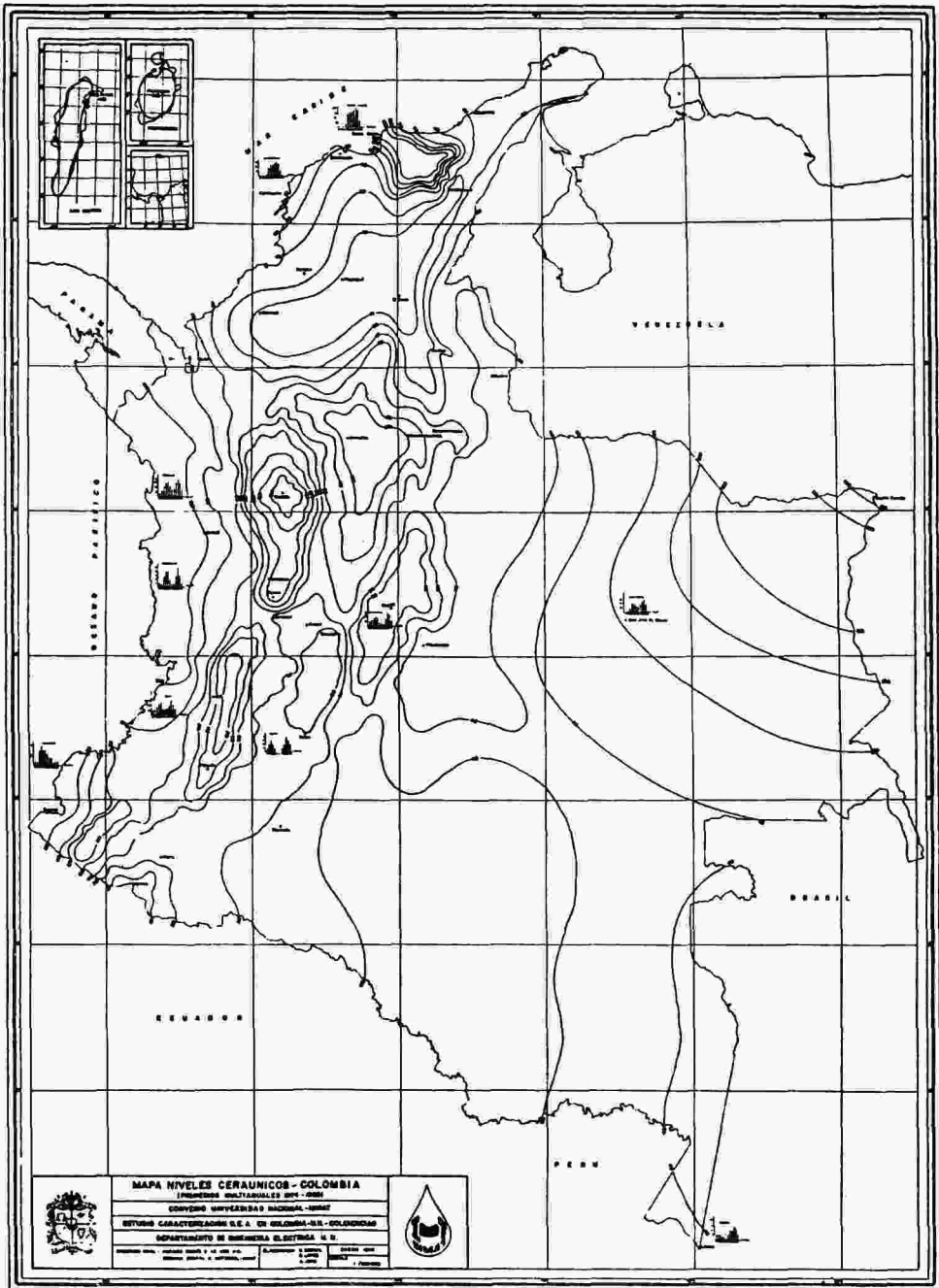


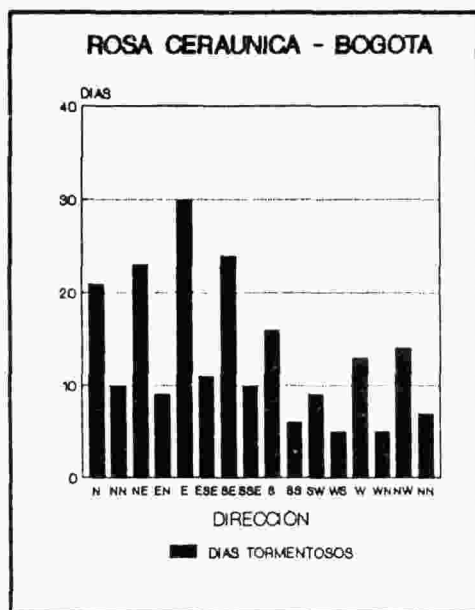
Figura 1

Por más de medio siglo la Organización Meteorológica Mundial WMO - ha medido a nivel Global, Parte II 1950, la actividad eléctrica atmosférica de la tierra. Estos estudios globales han permitido reconocer que la frecuencia de la actividad atmosférica tiene una pronunciada concentración entre los trópicos.

A nivel geográfico regional, en Colombia se han estudiado 35 espaciones meteorológicas confiables para un período de 15 años. En asocio con el HIMAT se elaboró el mapa de niveles ceráunicos (Figura 1), el cual muestra la distribución espacial del fenómeno como promedio multianual. El rango de variación de los nucleamientos del mapa, de 20 en 20 días tormentosos/año, se hizo de acuerdo con el mayor y menor dato obtenidos.

Internamente, dentro de cada nucleamiento se pueden presentar microsistemas o subnúcleos, que no es posible definirlos con la escala trabajada en el mapa, sino mediante la Red Colombiana de Medición de descargas eléctricas atmosféricas Proyecto RECMA y mediante correlación cruzada entre el parámetro nivel ceráunico y otro parámetro atmosférico confiable.

A nivel local la descarga eléctrica atmosférica no se presenta puntual, sino como un fenómeno dinámico en el espacio. A partir de la Rosa de los Vientos se ha definido el concepto de la *Rosa Ceráunica*, como el número de días tormentosos/año por dirección, registrados desde un punto determinado. La Figura 2 presenta la Rosa Ceráunica de Bogotá, donde se discrimina la actividad eléctrica atmosférica por cuadrantes (N. S. E. W.)



*Figura 2*

Las series de tiempo de nivel ceráunico para el caso colombiano en zona tropical terrestre, no tienen el comportamiento típico de las latitudes Norte o Sur terrestres, si no tienen un comportamiento en función de la zona de confluencia intertropical - ZCIT.

El desplazamiento de la ZCIT está regido por el movimiento aparente del sol, con un retraso de 1 ó 2 meses. Así la posición más meridional, la ocupa hacia los meses de Enero y Febrero, y la más septentrional en los meses de Julio a Agosto. Durante el resto del año, la ZCIT se halla en posiciones intermedias, produciendo a su paso el tiempo atmosférico asociado a ella.

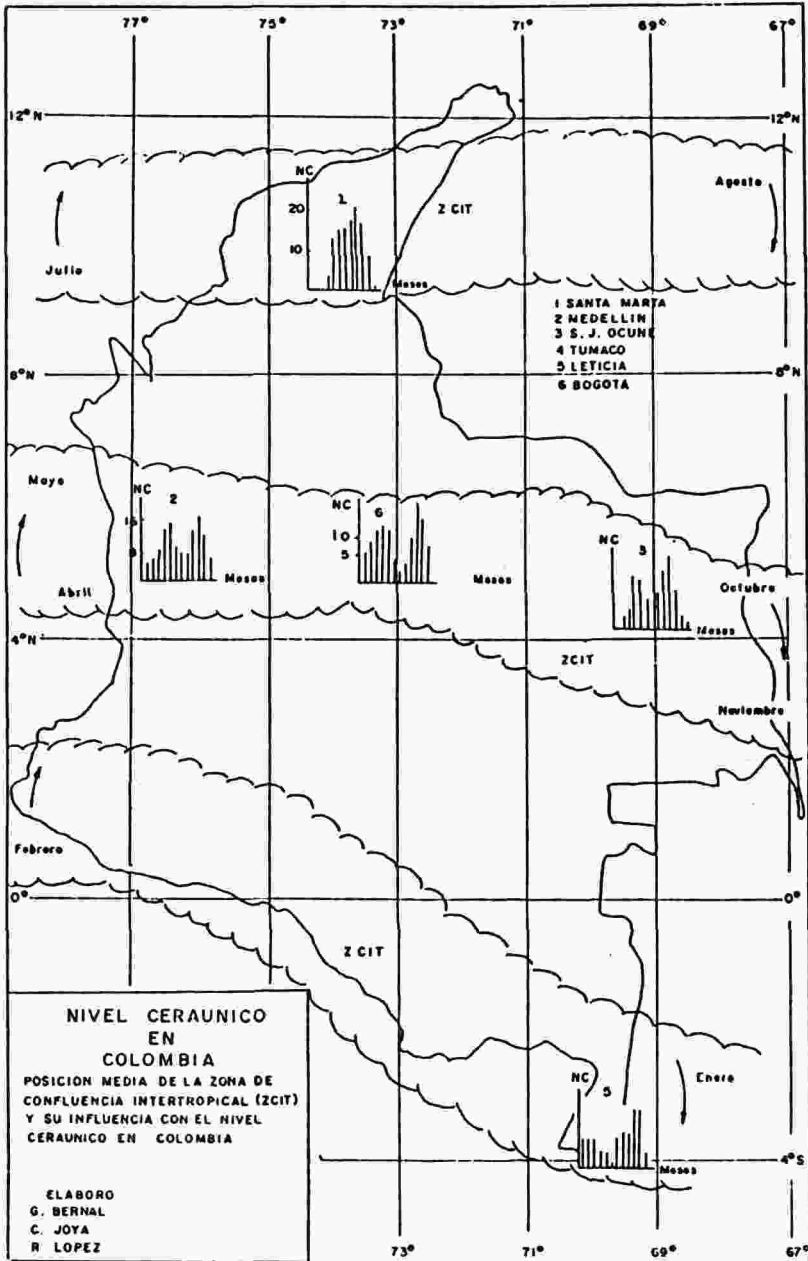


Figura 3

De acuerdo con lo anterior, se puede observar en la Figura 3 que en las zonas Sur y Norte del país, el comportamiento del número de días tormentosos/año tiende a ser monodal, mientras que en la zona central el comportamiento es bimodal, coincidiendo los picos (Abril, Mayo - Octubre, Noviembre) con la presencia y paso de la ZCIT por la región.

Se plantea así la hipótesis de regionalizar la actividad eléctrica atmosférica en Colombia por latitudes: Región Norte, Región Centro y Región Sur.

### 3. Parámetros de correlación, criterios.

Diferentes investigaciones Working Group Report (1990), Remaneiras, (1971) y Hardy (1982), han demostrado que las descargas eléctricas atmosférica están generalmente asociadas con tres condiciones meteorológicas:

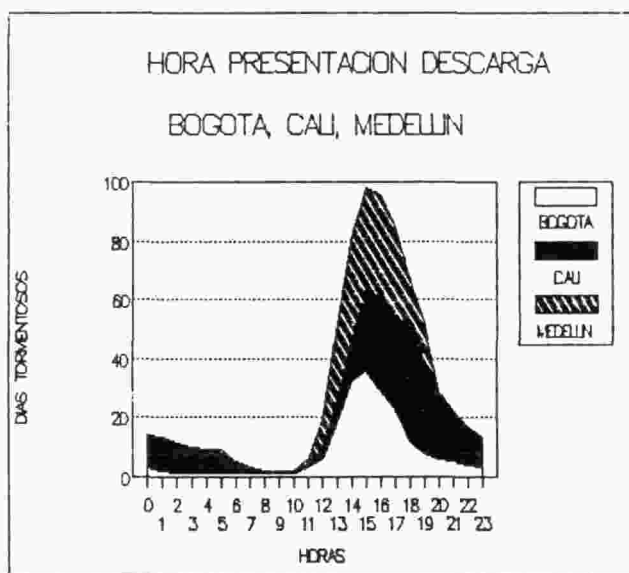
- Tormentas causadas por calentamiento convectivo local.
- Sistemas frontales.
- Movimientos de aire sobre las pendientes montañosas.

Las tormentas por calentamiento convectivo local son características de las regiones ecuatoriales como Colombia, donde a consecuencia de la debilidad habitual de los vientos, los movimientos del aire son esencialmente verticales.

En estas regiones las nubes se forman en el curso de la mañana bajo la acción de la radiación solar y dan por la tarde o al anochecer precipitaciones acompañadas de relámpa



gos y truenos. En trabajos previos, Torres, Mejía, Román, Bernal, Joya y López (1990), se obtuvo la hora de presentación de las descargas en Colombia, que está asociada con la condición de calentamiento convectivo local, Figura 4.



*Figura 4*

Ciertas tormentas no son debidas a calentamiento convectivo local, sino nacen a lo largo de un frente frío bien desarrollado cuando el aire caliente se ve bruscamente levantado por el avance rápido del extremo de aire frío materializado cerca del suelo por el frente. Una línea continua de tormentas puede desarrollarse así en las proximidades de un vigoroso frente frío. Los sistemas frontales ocurren más frecuentemente en el invierno de las latitudes Norte y Sur de la tierra, como en el caso de Francia

Los sistemas montañosos, los picos aislados e incluso

las altas mesetas de los páramos actúan como barreras para el viento y ejercen una fuerte influencia sobre el tipo y la distribución de las nubes que se desarrollan.

Lo más normal es que el aire se vea obligado a elevarse por encima del terreno alto y por tanto sobre el nivel de su temperatura de punto de rocío, formándose las nubes de tormenta como en el caso de los cerros orientales de la Sabana de Bogotá, Castaño y Riascos (1987).

Una vez que la parte alta de la nube adopta un aspecto fibroso, es señal que ha comenzado la congelación y evoluciona hacia una nube de tormenta, tipo Cumulonimbos, presentándose precipitaciones con descargas eléctricas atmosféricas asociadas.

#### 4. Modelos de las series.

En los modelos ARIMA univariantes se hace un planteamiento inicial de carácter general y se considera que la serie temporal objeto de estudio ha sido generada por un proceso estocástico.

Las técnicas de elaboración de los modelos ARIMA van dirigidas a identificar el modelo generador de las observaciones, para después en un proceso iterativo, estimar y verificar el modelo, el cual una vez aceptado se utiliza para predecir valores futuros o hacer correlaciones con otros modelos y evaluar las funciones de transferencia, como en el caso de éste artículo.

En el análisis causal de series temporales para la elaboración de modelos, el punto de partida son los datos y un conocimiento sobre el fenómeno que se trata de modelar, siendo el modelo el resultado final.

Las figuras 5 y 6 muestran los datos originales obtenidos de las libretas de observaciones meteorológicas de superficie del HIMAT en cuanto al nivel cerámico y al número de días con precipitación comprendidos entre 1972 y 1987 para Bogotá.

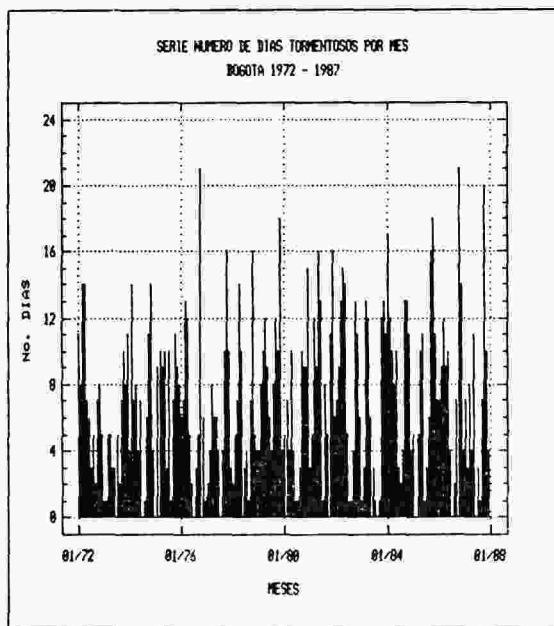
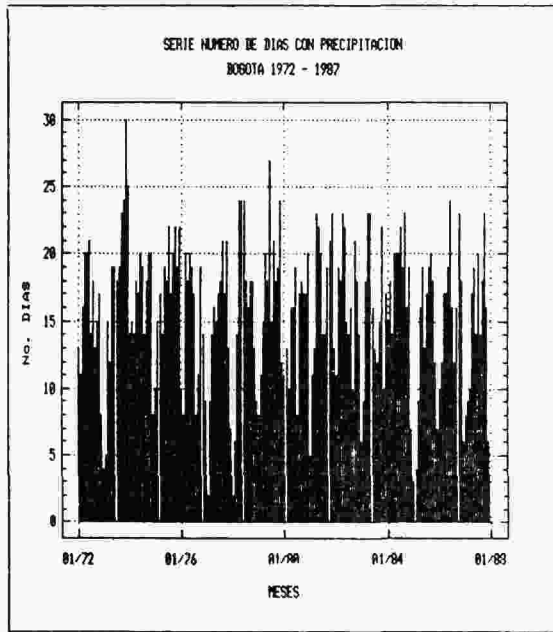
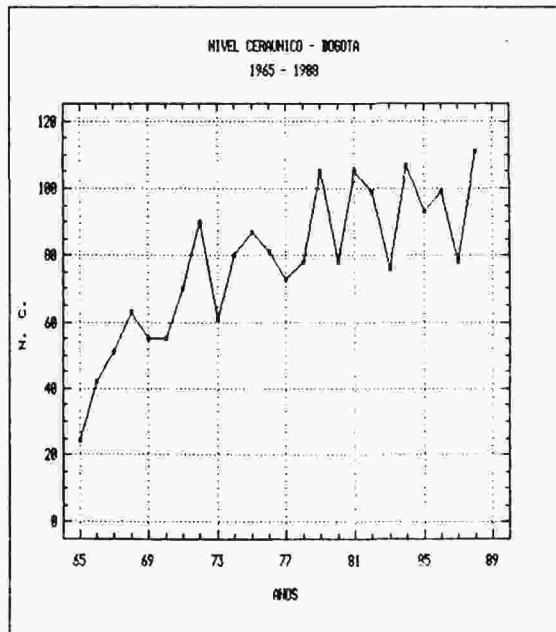


Figura 5

Con base en lo anterior se identifican las diferentes componentes presentes en las series. Para comprender mejor su comportamiento y como información importante para la evaluación de los modelos se muestra en la Figura 7 el nivel ce-

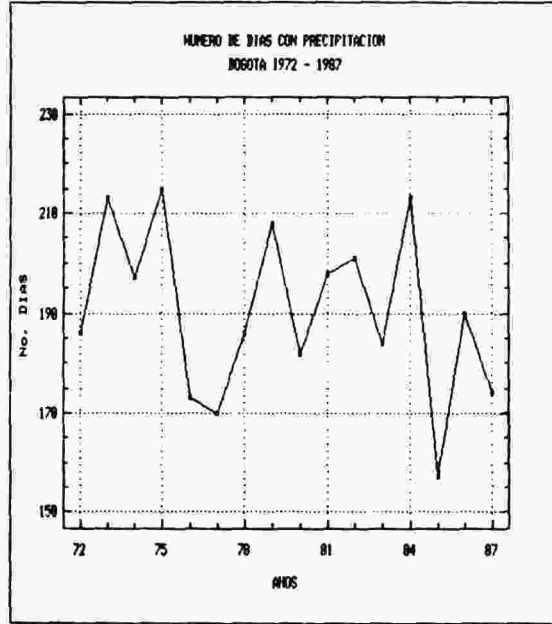


*Figura 6*



*Figura 7*

râunico de Bogotá, donde se aprecia su comportamiento cíclico y su tendencia ascendente.



*Figura 8*

La Figura 8 presenta el comportamiento del número de días con precipitación para Bogotá. Se aprecia también un comportamiento cíclico pero con una tendencia descendente.

Al comenzar a desarrollar los modelos de las series temporales es necesario saber si el proceso estocástico que generan las series es estacionario. Cuando la función de autocorrelación decrece con rapidez a medida que aumenta el retardo, se tiene un comportamiento típico de una serie temporal estacionaria.

La toma de diferencias de un determinado orden es suficiente en muchos casos para obtener series estacionarias, sin

embargo en series que estan afectadas por la tendencia, suele ser necesario efectuar además alguna transformación instantánea.

Para las series estudiadas se utilizó la transformación del tipo Box-Cox:

$$z_t = h^{-1} [(Z_t + \text{CONST})^h - 1]$$

para obtener estacionariedad en las series.

Una vez transformada las dos series y observando su comportamiento se tomó diferenciaciones de 1 y estacional 12, obteniéndose las funciones de autocorrelación que se muestran en las figuras A1 y A2 del Anexo.

En el presente estudio se utilizó el programa digital S.A.S., (SAS/GRAPH 1980), el cual utiliza para la estimación del modelo ARIMA el método de mínimos cuadrados condicionales.

Para la serie de nivel cerámico se utilizó un modelo MA(1)(12), el cual según la evaluación estadística del programa cumplió con todas las especificaciones de las pruebas de hipótesis, además de presentar una alta probabilidad, una correlación de los estimativos aceptable para la cantidad de información de la serie y un bajo error estándar.

En la serie de precipitación se utilizó también un modelo MA(1)(12) cumpliéndose al igual que en el anterior con todas las condiciones estadísticas y de probabilidad.

La Figura A3 muestra la autocorrelación de los residuales para la serie de nivel cerámico. Se puede apreciar

como su comportamiento se ajusta a la franja de dos errores estándar; para la serie de precipitación el comportamiento es similar.

El modelo ARIMA del Nivel Cerámico (NC) para la Región Centro (Aeropuerto El Dorado - Bogotá) utilizado en el estudio fue:

$$(NC)_T = (1 - \bar{\alpha}B)(1 - \emptyset B^{12})a_t$$

con parámetros estimados (mediante el módulo ETS del programa digital SAS con datos mensuales de Enero de 1972 a Diciembre de 1987):

$$\bar{\alpha} = 0.6852, \quad \emptyset = 0.7724, \quad \bar{\alpha}^2_a = 1.1571$$

El modelo ARIMA utilizado en el estudio para pluviosidad (P) (Aeropuerto El Dorado - Bogotá) fue:

$$(P)_T = (1 - \bar{\alpha}B)(1 - \emptyset^{12})a_t$$

con parámetros estimados:

$$\bar{\alpha} = 0.4591, \quad \emptyset = 0.7822, \quad \bar{\alpha}^2_a = 0.1418$$

Para un mejor entendimiento y profundización de la metodología y técnica utilizada para la modelación se recomienda la bibliografía: Castaño (1990), Uriel (1985), Pindyck, Rubinfeld (1981), Box, Jenkins (1976), (1970), Box, Cox (1964), Hipel, MacLeod, Clennox (1977).

Una vez estimados los modelos de las series temporales y comprobadas sus especificaciones iniciales, éstos se usaron

para predicción con intervalos de confianza del 95%.

Los datos reales del año 1988 se usaron como prueba para observar el comportamiento de la predicción en los modelos. Las Figuras 9 y 10 muestran estas predicciones y se observa un comportamiento más bajo de la predicción con respecto al valor real en las dos series, ésto debido al uso de la transformación de los datos lo cual hace necesario una corrección por sesgo.

Luego de estudiadas las series individualmente, se evaluó la correlación existente entre las dos. Se empleó para la identificación la función de correlación cruzada para encontrar posteriormente una función de transferencia que relacione las series.

En la Figura A4 se puede apreciar la correlación cruzada entre las series de nivel cerámico y precipitación para Bogotá.

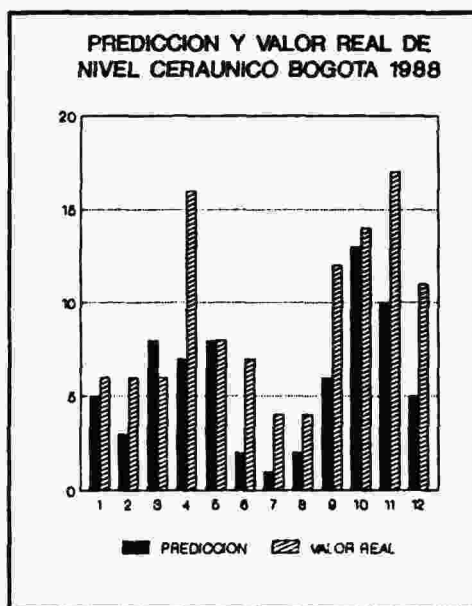
Para la identificación de la función de transferencia entre las series, luego de un gran número de pruebas, se llegó a valores de  $a$ ,  $s$  y  $b$  de 1, 3 y 0 respectivamente, los cuales cumplen con las pruebas estadísticas y dan buenos resultados de probabilidad.

El modelo de la función de transferencia fue:

$$G = (1.01886 + 0.168183 B^3)(1 - 0.320611 B).$$

La Tabla 1 presente los valores reales de nivel cerámico y los valores generados luego de aplicada la función de transferencia a los datos de precipitación.





*Figura 9*

## 5. Regionalización.

Como se mencionó en la Sección 3 de este artículo, las descargas eléctricas atmosféricas están generalmente asociadas por la condición meteorológica de calentamiento convectivo local, característica de las regiones tropicales como Colombia.

Las dos series temporales de nivel cerámico y pluviosidad se manifiestan como estacionales, con ritmos identificables y periódicos correspondientes al desplazamiento de la ACIT. (Torres, Mejía, Román, Bernal, Joya y López (1990)).

Para continuar con la investigación espacio-temporal de las descargas eléctricas atmosféricas en Colombia, se plantea la hipótesis de regionalizar la actividad eléctrica atmosférica por latitudes: Regiones Norte, Centro y Sur.

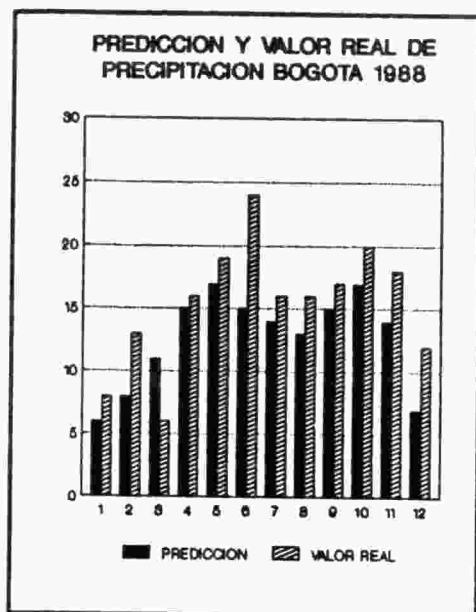


Figura 10

TABLA 1

| ANO | NIVEL<br>CERAUNICO | FUNCION DE TRANS-<br>PRECIPITACION |
|-----|--------------------|------------------------------------|
| 74  | 80                 | 76                                 |
| 75  | 87                 | 82                                 |
| 76  | 81                 | 66                                 |
| 77  | 73                 | 60                                 |
| 78  | 78                 | 67                                 |
| 79  | 105                | 91                                 |
| 80  | 78                 | 81                                 |
| 81  | 105                | 92                                 |
| 82  | 99                 | 106                                |
| 83  | 76                 | 86                                 |
| 84  | 107                | 106                                |
| 85  | 93                 | 61                                 |
| 86  | 99                 | 93                                 |
| 87  | 78                 | 84                                 |

## 6. Correlación - región centro.

Como aplicación de la hipótesis planteada se tomó la serie histórica de nivel cerámico de la estación sinóptica se ronáutica del aeropuerto El Dorado, situada en la región cen tro , como base para correlación con series de pluviosidad.

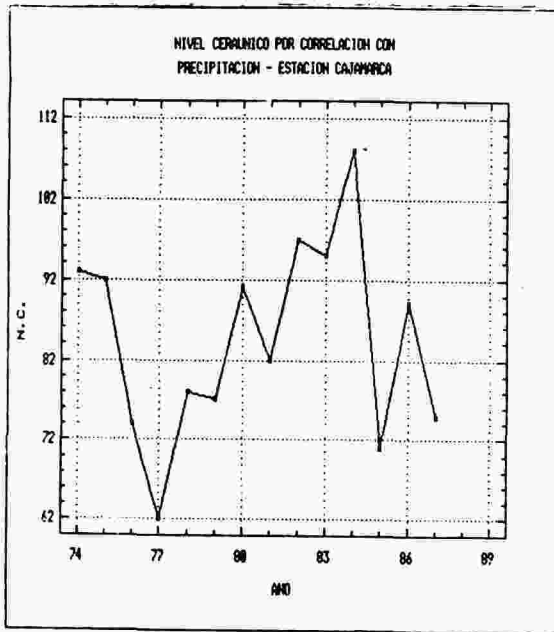
Las series temporales de nivel cerámico y pluviosidad fueron modeladas según los criterios establecidos por Box y Jenkins para modelos ARIMA.

Las nueve estaciones meteorológicas utilizadas en el es tudio para corroboración de la hipótesis planteada y situadas en la región centro sobre latitudes similares a la de Bogotá son las presentadas en la Tabla 2.

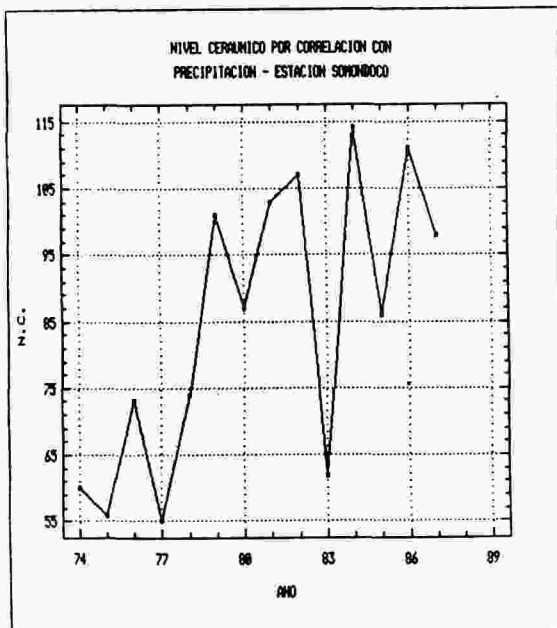
TABLA 2

| ESTACION  | LATITUD | LONGITUD |
|-----------|---------|----------|
| Matecaña  | 0448    | 7544     |
| Novita    | 0457    | 7337     |
| Cajamarca | 0430    | 7534     |
| Palestina | 0505    | 7541     |
| Ambalema  | 0448    | 7448     |
| Bogotá    | 0443    | 7408     |
| Salto     | 0448    | 7448     |
| Somondoco | 0458    | 7329     |
| Gaviotas  | 0449    | 7544     |

Las series de tiempo de nivel cerámico modelada y medida, presenta, dentro de un intervalo de confianza del 95%, similares comportamientos en cuanto a tendencia y ciclicidad.



*Figura 11*



*Figura 12*

Para estaciones donde la actividad eléctrica atmosférica no es medida, las Figuras 11 y 12 presentan los resultados de nivel cerámico por correlación con la serie de pluviosidad de las estaciones meteorológicas de Cajamarca y Somondoco, dentro de intervalos de confianza del 95%.

El siguiente paso dentro de la metodología en la investigación espacio-temporal de las descargas eléctricas atmosféricas en Colombia es utilizar los modelos de vectores autocorregresivos VAR para realizar un análisis multivariado comparativo.

## 6. Conclusiones.

Se presente una metodología para la obtención de la serie de tiempo del nivel cerámico en localidades donde no es medido, mediante correlación cruzada con la serie de tiempo de pluviosidad medida, utilizando para su modelación las técnicas de Box y Jenkins implementadas en el programa digital estadístico SAS.

La metodología planteada, dentro de una concepción espacio-temporal, es aplicable a otros parámetros de actividad eléctrica atmosférica como densidad de rayos a tierra, polaridad, etc.

Las series temporales de nivel cerámico modelada y medida presenta, dentro de un intervalo de confianza del 95%, similares comportamientos en cuanto a tendencia y ciclicidad.

Se plantea y aplica (región centro) la hipótesis de regionalizar la actividad eléctrica atmosférica en Colombia por latitudes: Regiones Norte, Centro y Sur, correspondientes al desplazamiento de la Zona de Confluencia Intertropical.

FUNCION DE AUTOCORRELACION  
SERIE NIVEL CERAUNICO

Name of variable = NC1  
 Period(s) of differencing = 1.12.  
 Mean of working series = 0.0136147  
 Standard deviation = 1.75255  
 Number of observations = 179

*Autocorrelations*

Lag covariance correlation - 198765432101234567891

|    |            |          |   |            |                             |   |
|----|------------|----------|---|------------|-----------------------------|---|
| 0  | 3.07143    | 1.00000  | ] |            | 1\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ | ] |
| 1  | -1.56829   | -0.51061 | ] | \$\$\$\$\$ | ] .                         | ] |
| 2  | 0.18263    | 0.05946  | ] | .          | ]\$ .                       | ] |
| 3  | 0.014208   | 0.00463  | ] | .          | ] .                         | ] |
| 4  | -0.116547  | -0.03795 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 5  | -.00279636 | -0.00091 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 6  | -0.133029  | -0.04331 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 7  | 0.00121044 | 0.00039  | ] | .          | ] .                         | ] |
| 8  | 0.290454   | 0.09457  | ] | .          | ]\$ .                       | ] |
| 9  | -0.0721504 | -0.02349 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 10 | -0.0505699 | -0.01646 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 11 | 0.689768   | 0.22458  | ] | .          | ]\$\$\$                     | ] |
| 12 | -1.64683   | -0.53618 | ] | \$\$\$\$\$ | ] .                         | ] |
| 13 | 1.00382    | 0.32683  | ] | .          | ]\$\$\$\$                   | ] |
| 14 | -0.173241  | -0.05640 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 15 | 0.0280462  | 0.00913  | ] | .          | ] .                         | ] |
| 16 | -0.215592  | -0.07019 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 17 | 0.235464   | 0.07666  | ] | .          | ]\$ .                       | ] |
| 18 | 0.112922   | 0.03677  | ] | .          | ] .                         | ] |
| 19 | -.00167188 | -0.00054 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 20 | -0.246493  | -0.08025 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 21 | 0.147866   | 0.04814  | ] | .          | ]\$ .                       | ] |
| 22 | -0.0388076 | -0.01264 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 23 | -0.0250163 | -0.00814 | ] | .          | ] .                         | ] |
| 24 | 0.207112   | 0.06743  | ] | .          | ]\$ .                       | ] |

MARKS TWO STANDARD ERRORS

*Figura A1*

FUNCION DE AUTOCORRELACION  
SERIE PRECIPITACION

Name of variable = P1  
 Period(s) of differencing = 1.12.  
 Mean of working series = 0.00677791  
 Standard deviation = 0.509829  
 Number of observations = 179

*Autocorrelations*

*Lag covariance correlation -198765432101234567891*

|    |            |          |   |                  |    |                  |
|----|------------|----------|---|------------------|----|------------------|
| 0  | 0.259925   | 1.00000  | ] |                  | ]  | §§§§§§§§§§§§§§§§ |
| 1  | -0.06665   | -0.25642 | ] | §§§§]            | .  | ]                |
| 2  | -0.0407285 | -0.15669 | ] | §§]              | .  | ]                |
| 3  | -0.0264845 | -0.10189 | ] | .§§]             | .  | ]                |
| 4  | 0.0263013  | 0.10119  | ] | .                | ]  | §§               |
| 5  | 0.00387988 | 0.01493  | ] | .                | ]  | .                |
| 6  | -0.0104813 | -0.04032 | ] | .                | §] | .                |
| 7  | 0.00179553 | 0.00691  | ] | .                | ]  | .                |
| 8  | -0.0392051 | -0.15083 | ] | §§]              | .  | ]                |
| 9  | 0.0396849  | 0.15268  | ] | .                | ]  | §§§§             |
| 10 | 0.038791   | 0.14924  | ] | .                | ]  | §§§§             |
| 11 | 0.022231   | 0.08553  | ] | .                | ]  | §§               |
| 12 | -0.129036  | -0.49643 | ] | §§§§§§§§§§§§§§§§ | .  | ]                |
| 13 | 0.0130626  | 0.05026  | ] | .                | ]  | §.               |
| 14 | 0.0448569  | 0.17258  | ] | .                | ]  | §§§§.            |
| 15 | -.00425814 | -0.01638 | ] | .                | ]  | .                |
| 16 | -0.0114687 | -0.04412 | ] | .                | §] | .                |
| 17 | -.00348643 | -0.01341 | ] | .                | ]  | .                |
| 18 | 0.00444617 | 0.01711  | ] | .                | ]  | .                |
| 19 | 0.0034638  | 0.01333  | ] | .                | ]  | .                |
| 20 | 0.0386486  | 0.14869  | ] | .                | ]  | §§§§.            |
| 21 | -0.0431646 | -0.16607 | ] | .§§§§]           | .  | ]                |
| 22 | -0.0370252 | -0.14245 | ] | .§§§§]           | .  | ]                |
| 23 | 0.046736   | 0.17981  | ] | .                | ]  | §§§§§            |
| 24 | 0.0143193  | 0.05509  | ] | .                | ]  | §.               |

*Figura A2*





FUNCION DE CORRELACION CRUZADA  
SERIES NIVEL CERAUNICO - PRECIPITACION

*Cross correlations*

| Lag | Covariance | Correlation | - | 198765432101234567891 |
|-----|------------|-------------|---|-----------------------|
| -24 | 0.0369606  | 0.04137     | ] | • ]§•                 |
| -23 | 0.00118906 | 0.00133     | ] | • ] •                 |
| -22 | -0.0186239 | -0.02084    | ] | • ] •                 |
| -21 | -0.0468452 | -0.05243    | ] | • §] •                |
| -20 | -0.0641114 | -0.07175    | ] | • §] •                |
| -19 | 0.185128   | 0.20719     | ] | • ]§§§§               |
| -18 | -0.0614389 | -0.06876    | ] | • §] •                |
| -17 | -0.0250281 | -0.02801    | ] | • §] •                |
| -16 | 0.0560464  | 0.06273     | ] | • ]§•                 |
| -15 | -0.0706359 | -0.07906    | ] | • §§ •                |
| -14 | 0.0499957  | 0.05595     | ] | • ]§ •                |
| -13 | 0.0445745  | 0.04989     | ] | • ]§ •                |
| -12 | -0.19047   | -0.21317    | ] | §§§ •                 |
| -11 | -.00054544 | -0.00061    | ] | • ] •                 |
| -10 | 0.0461064  | 0.05160     | ] | • ]§ •                |
| -9  | 0.0678564  | 0.07594     | ] | • ]§§•                |
| -8  | -0.0120903 | -0.01353    | ] | • ] •                 |
| -7  | -0.0716083 | -0.08014    | ] | • §§] •               |
| -6  | 0.055503   | 0.06212     | ] | • ]§ •                |
| -5  | 0.0464245  | 0.05196     | ] | • ]§ •                |
| -4  | -0.0908811 | -0.10171    | ] | • §§] •               |
| -3  | 0.0320128  | 0.03583     | ] | • ]§ •                |
| -2  | -0.0367574 | -0.04114    | ] | • §] •                |
| -1  | -0.0968638 | -0.10841    | ] | • §§] •               |
| 0   | 0.270946   | 0.30324     | ] | • ]§§§§               |
| 1   | 0.013408   | 0.01501     | ] | • ] •                 |
| 2   | -0.0322316 | -0.03607    | ] | • §] •                |
| 3   | -0.100277  | -0.11223    | ] | • §§] •               |
| 4   | 0.120076   | 0.13439     | ] | • ]§§§                |
| 5   | -0.0703541 | -0.07874    | ] | • §§] •               |
| 6   | 0.019167   | 0.02145     | ] | • ] •                 |

|    |            |          |   |          |   |
|----|------------|----------|---|----------|---|
| 7  | -0.138787  | -0.15533 | ] | §§§] .   | ] |
| 8  | 0.144125   | 0.16130  | ] | . ]§§§   | ] |
| 9  | -0.0567878 | -0.06356 | ] | . §] .   | ] |
| 10 | 0.0678454  | 0.07593  | ] | . ]§§.   | ] |
| 11 | 0.0841515  | 0.09418  | ] | . ]§§.   | ] |
| 12 | -0.211104  | -0.23627 | ] | §§§§] .  | ] |
| 13 | 0.0149046  | 0.01668  | ] | . ] .    | ] |
| 14 | -0.0320787 | -0.03590 | ] | . §] .   | ] |
| 15 | 0.174773   | 0.19560  | ] | . ]§§§§  | ] |
| 16 | -0.218514  | -0.24456 | ] | §§§§ ] . | ] |
| 17 | 0.093235   | 0.10435  | ] | . ]§§.   | ] |
| 18 | -.00396618 | -0.00444 | ] | . ] .    | ] |
| 19 | 0.130864   | 0.14646  | ] | . ]§§§   | ] |
| 20 | -0.129786  | -0.14526 | ] | §§§] .   | ] |
| 21 | 0.0643338  | 0.07200  | ] | . ]§ .   | ] |
| 22 | -0.0307527 | -0.10203 | ] | . §§] .  | ] |
| 23 | -0.0307527 | -0.03442 | ] | . §] .   | ] |
| 24 | 0.171749   | 0.19222  | ] | . ]§§§§  | ] |

Figura A4

\*

### Agradecimientos.

Los autores agradecen a Colciencias por el apoyo financiero a la investigación y a la Universidad Nacional de Colombia, en especial al Departamento de Matemáticas y Estadística y a la Unidad de Servicios de Computación.

\*

## BIBLIOGRAFIA

- Box, G., Jenkins, G., (1976) "Time series analysis forecasting and control".
- Box, G., Jenkins, G., (1970) "Time series analysis".
- Box, G., Cox, D., (1964) "An analysis of transformation".
- Castaña, O., Riascos, J., (1987) "Análisis estadístico de las descargas atmosféricas para la sabana de Bogotá". Proyecto de grado U.N. Bogotá.
- Castaña, O., (1990) "Análisis estadístico de fenómenos atmosféricos por series de tiempo para la sabana de Bogotá". Proyecto de postgrado. U.N.
- Distribution of thunderstorm days, part II. (1950). Work Meteorological Organization - WMO 1, TP21.
- EPRI (1975). "Transmission line reference book 345 kV and above", Palo Alto - California.
- Fonseca M., Arevalo, J., Gil, L., (1988) "Análisis del nivel cerámico por series de tiempo parte I". Proyecto de grado U.N.
- Hipel, K., MacLeod, A., Clemmox, W. (1977) "Advances in Box Jenkins modeling". IEEE June.
- Hardy, R., (1982) "El libro del clima", Madrid.
- Pindyck, R., Rubinfeld, D., (1981) "Econometric models and economic forecast". Mc Graw Hill.
- Remaneiras, G., (1971) "Tratado de hidrología aplicada" Madrid.
- Riaño, W., Pérez, G., (1987) "Análisis estadístico de las descargas atmosféricas para la ciudad de Cali". Proyecto de grado U.B. Bogotá.

- SAS/GRAPH (1980) "User's guide", ETC.
- Serrano, R., Villaizán, J., (1987) "Análisis estadístico de las descargas atmosféricas en la ciudad de Medellín". Proyecto de grado U.B. Bogotá.
- Torres, H., Mejía, A., Román, F., Bernal, G., Joya, A., López, R., (1990) "Avances en el conocimiento de las descargas eléctricas atmosféricas en Colombia, para aplicaciones en ingeniería", VII Jornadas Nacionales de Energía Eléctrica, ACIEM. Bogotá - Mayo.
- Uriel, E., (1985) "Análisis de series temporales, modelos ARIMA". Madrid.
- Vera, E., Contreras, C., Becerra, E., (1988) "Análisis del nivel cerámico por series de tiempo. Parte II". Proyecto de grado U.N. Bogotá.
- Working Group Repor, (1990) "Calculating the lightning performance of distribution line", IEEE Trans. on Power Delivery Vol. 5 N° 3 July.