Revista Colombiana de Estadística
Nº 9 - 1984

INTERACCION ENTRE LOS MODELOS ARIMA Y EL PROCEDIMIENTO X-11 PARA EL ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO

Lilia Cortés de Olarte

Profesor Asistente
Universidad Nacional

Resumen. Este artículo discute la interrelación entre los modelos ARIMA y el procedimiento X-11 para mostrar que si la serie de tiempo analizada es generada por un modelo ARIMA particular, el procedimiento X-11 estima correctamente los componentes no observables: Tendencia y Estacionalidad, dejando un componente irregular cuyos valores se distribuyen con media cero y cuya varianza no cambia a través del tiempo.

La discusión se ilustra con dos ejemplos: para la serie de medios de pago de Colombia 1968-1978, la cual sigue un modelo ARIMA como el re-

querido, se muestra que el procedimiento X-11 es adecuado y para la serie consumo de gasolina regular en Bogotá 1976-1983 la cual se ajusta a un modelo ARIMA diferente, se muestra que la utilización del X-11 no se justifica plenamente.

1. Introducción.

El análisis de series de tiempo económico que presentan estacionalidad ha sido un tema que ha despertado gran interés entre Estadísticos y Economistas. El debate inicial continúa sobre cuál es el método que permite determinar la Estacionalidad y la Tendencia con mayor exactitud y/o hacer predicciones con menor error.

Los métodos desarrollados pueden clasificarse en dos grandes grupos: métodos empíricos y métodos basados en modelos. Con base en desarrollos presentados por varios investigadores (Cleveland 1976, Box 1978, Pierce 1980), este artículo pretende mostrar una interacción entre las dos tendencias. Específicamente se muestra que si la serie de tiempo es generada por un modelo ARIMA determinado, el programa X-11 estima correctamente los componentes no observables: Tendencia y Estacionalidad, dejando un componen te irregular que debe ser "ruido blanco", lo cual significa que cada término de perturbación corresponde a una variable aleatoria, con media igual a cero, varianza constante y covarianza $\gamma_k = 0$ para $k \neq 0$.

2. Un método empírico: El procedimiento X-11.

Muchos de los procedimientos del primer grupo suponen que la serie original (Y_t) puede ser separada en tres componentes: un componente de tendencia ciclo (P_t), un componente estacional (S_t) y un componente irregular (E_t). Con base en estos supuestos se han propuesto básicamente dos esquemas de análisis: el multiplicativo, donde:

$$Y_t = P_t\ S_t\ E_t \tag{1}$$

y el aditivo, donde:

$$Y_t = P_t + S_t + E_t \tag{2}$$

Muchas series económicas presentan crecimiento exponencial y por eso el uso del esquema multiplicativo es más conocido. Sin embargo, utilizando logaritmos, el esquema aditivo puede ser derivado del multiplicativo; así: Si $y_t = \log(Y_t)$, $p_t = \log(P_t)$, $s_t = \log(S_t)$ y $e_t = \log(E_t)$, la ecuación (1) quedará:

$$y_t = p_t + s_t + e_t \quad (3)$$

Uno de los procedimientos más utilizados actualmente para estimar P_t ó p_t y S_t ó s_t es el desarrollado por el Bureau of the Census de los Estados Unidos cuya décima primera versión es llamada X-11. Este procedimiento descrito e ilustrado en Shiskin J, Young A. y Musgrave (1967) se basa en el método de razón con respecto a promedios móviles[1]. En términos muy generales comprende las siguientes etapas:

a) Corrige la serie por días calendario, si es necesario.

b) Mediante un método iterativo realiza un tratamiento gradual de los valores extremos con el objeto de limitar la influencia de estos sobre los factores estacionales.

c) Separa la serie original en los componentes P, S, ó p, s, mediante el uso de una secuencia de operadores de promedio móvil (Filtros) simétricos de la forma

$$M(v,n) = \sum_{j=-n}^{n} v_j y_{t-j} \quad (4)$$

---

[1] Una buena descripción del método de razón con respecto a promedios móviles se encuentra en Makridakis, 1978.

donde n es un entero no negativo y v_j son ponderaciones constantes, tales que $v_j = v_{-j}$.

d) Presenta unas medidas resumen que sirven de guía para juzgar la calidad de los resultados.

Este procedimiento descriptivo tiene el inconveniente de usar aproximadamente los mismos filtros para todas las series, sin recurrir a un modelo estadístico para las observaciones y por tanto los procedimientos formales de inferencia estadística (estimación, prueba de hipótesis, predicción) son difíciles de aplicar.

2.1 Criterios para evaluar los resultados del X-11.

Por considerarlo de interés para el desarrollo de este artículo, se presentan los criterios que el X-11 ofrece para juzgar si el procedimiento es adecuado para descomponer satisfactoriamente una serie dada (Plewes, 1977):

Criterios iniciales. Las series con las siguientes características no deben ser analizadas por el X-11:

a) Series marcadamente irregulares.

b) Series con patrones estacionales que presentan rápidos cambios en amplitud y/o frecuentes cambios en dirección.

c) Series cortas con menos de 84 datos.

Pruebas complementarias.[1] Si la serie satisface los criterios iniciales, los resultados deben ser examinados utilizando las pruebas adicionales que ofrece el procedimiento, las cuales se enumeran a continuación y serán utilizadas en la Sección 6 para analizar los resultados de las dos series propuestas.

a) La serie de los irregulares debe ser "ruido blanco", lo cual puede verificarse mediante la función de autocorrelación muestral calculada por el método de Box y Jenkins.

b) Prueba F para estacionalidad estable.

c) Prueba F para estacionalidad móvil.

d) Prueba MSR (Moving seasonality ratio) razón entre el porcentaje promedio de cambio mensual de los irregulares ($\bar{E}'$) y el porcentaje promedio de cambio mensual de los estacionales ($\bar{S}'$).

e) Medidas de la contribución relativa de los componentes a la varianza de la serie original.

f) Promedio de duración en una misma dirección,

[1] Una buena ilustración de estas pruebas se encuentra en Plewes 1977 y Makridakis, 1978.

de los irregulares (ADRE).

g) Meses de dominancia cíclica (MCD).

3. Un método basado en modelos: Los modelos ARIMA.

Los modelos Autorregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA) suponen que la serie ha sido generada por un proceso estocástico cuya estructura se puede caracterizar y describir. El objetivo es construir un modelo que describa la serie y_t y utilizarlo para obtener predicciones posteriores a la última observación disponible. El procedimiento comprende las siguientes etapas: Identificación, estimación de parámetros, pruebas de bondad de ajuste, comprobación de diagnósticos y cálculo de predicciones (Box 1976, Pindick 1980).

El modelo ARIMA se puede enunciar en la siguiente forma:

$$\Phi(B)\ \Delta(B) y_t = \theta(B) a_t \qquad (5)$$

ó

$$\Delta(B) y_t = \Psi(B) a_t$$

donde $\Phi(B)$ y $\theta(B)$ son polinonios de grado p y q en potencias no negativas de B, con ceros fuera del círculo unidad (Box, 1970).

$$\Psi(B) = \Phi^{-1}(B)\,\theta(B)$$

y a_t es un "ruido blanco".

Si $\Delta(B) = 1$ la ecuación (5) representa el modelo estacionario autoregresivo de promedio móvil (ARIMA) de orden p, q:

$$y_t = \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \ldots + \Phi_p y_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q} + a_t$$

$$= \sum_{j=1}^{p} \Phi_j y_{t-j} - \sum_{j=1}^{q} \theta_j a_{t-j} + a_t. \qquad (6)$$

El polinomio $\Delta(B)$ es el operador de diferencia, dado más generalmente por (Pierce, 1978):

$$\Delta(B) = \prod_{i=1}^{m} \Delta_{k_i}^{d_i} \quad ,$$

donde $\Delta_h = (1-B^h)$.

Para ilustrar los modelos ARIMA se presentan a continuación dos ejemplos los cuales serán utilizados en la Sección 6.

<u>Ejemplo 1</u>. Sea $\Phi(B) = 1$, $\theta(B) = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12}B^{12})$ $m = 2$, $d_1 = d_2 = 1$, $K_1 = 6$, $k_2 = 12$

se obtiene

$$\Delta\Delta_{12} y_t = (1-B)(1-B^{12})\,y_t = (1-\theta_6 B^6)(1-\theta_{12}B^{12})\,a_t$$

Corresponde a un modelo de promedio móvil, con dos factores de diferenciación, uno de orden 1 y otro de orden doce (Factor estacionario).

Ejemplo 2. Sea $\Phi B = (1-\Phi_1 B)$

$\theta(B) = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12}B^{12})$ $m = 1$ $d_1 = 1$ $K_1 = 1$

se obtiene

$$(1-\Phi_1 B)\Delta Y_t = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12}B^{12})a_t.$$

Corresponde a un modelo autorregresivo y de promedio móvil con parámetro Φ_1, θ_1 y θ_{12} aplicado a la serie original con un factor de diferenciación de orden 1.

4. Interacción entre el modelo ARIMA y el proceso X-11.

Muchos de los trabajos recientes sobre ajuste estacional se han enfocado a construir modelos estocásticos bajo el supuesto básico de que tanto la componente de tendencia (p_t) como la de estacionalidad (s_t) de (3) son generados por modelos estocásticos y que e_t es un "ruido blanco", por tanto y_t se puede expresar también como un modelo estocástico por adición de sus componentes.

Específicamente Cleveland y Tiao (1976)

emplean procesos ARIMA para cada de los componentes p_t, s_t y e_t con el propósito de buscar modelos para los cuales el proceso empírico X-11 sea óptimo. Para mostrar esto asumen que la tendencia y la componente de estacionalidad son generadas respectivamente por los modelos:

$$\Delta_p(B)p_t = \Psi_p(B)\xi_t$$

$$\Delta_s(B)s_t = \Psi_s(B)\varepsilon_t. \tag{8}$$

Con e_t, ξ_t y ε_t procesos de "ruido blanco" independientes normalmente distribuídos, con media cero y varianza finitas σ_e^2, σ_ξ^2 y σ_ε^2 respectivamente.

Si se supone que la serie y_t es estacionaria, es decir, que todos los operadores de diferencia son iguales a 1, y_t se puede expresar de la siguiente forma:

$$y_t = \Phi_p(B)\xi_t + \Psi_s(B)\varepsilon_t + e_t$$

$$= \Psi(B)a_t. \tag{9}$$

Si cada uno de los componentes sigue un modelo de la forma enunciada en (8) las estimaciones de mínimo error cuadrático p_t y s_t son respectivamente las esperanzas condicionadas $E(p_t/y_t)$ y $E(s_t/y_t)$. Cleveland and Tiao (1976) arguyen: "... así que si es posible encontrar un modelo para el cual las esperanzas condicionales den las mismas ponderaciones que las usadas por los filtros simétricos de promedio móvil usados por el X-11, se puede argumentar que ese modelo representa un mecanismo estocástico para esos filtros".

Para el modelo aditivo ARIMA (9) Whitle 1963 muestra que la estimación s_t que minimiza $E(\hat{s}_t - s_t)^2$ es:

$$\hat{s}_t = \frac{\sigma_e^2 \; \Psi_s(B)\Psi_s(F)}{\sigma_a^2 \; \Psi(B) \; \Psi(F)} \; y_t \tag{10}$$

que es un filtro lineal simétrico aplicado a la serie y_t y corresponde a un caso especial de la ecuación (4) donde $F = B^{-1}$ es el operador hacia adelante $F^j y_t = y_{t+j}$. El numerador y el denominador de (10) son las funciones generatrices de las covarianzas (Box 1970, pág. 49) de la componente no observable s_t y de la serie observable y_t. Este resultado ha sido generalizado por Cleveland y Tiao 1976 a series ARIMA no estacionarias, donde $\Delta B \neq 1$, es decir, series que son estacionarias sólo después de alguna diferenciación adecuada.

Pierce 1978 demuestra que si $\Delta_p(B)p_t$ y $\Delta_s(B)s_t$ son los operadores de mínima diferenciación tales que $\Delta_p(B)p_t$ y $\Delta_s(B)s_t$ son estacionarias, entonces el operador de diferencia mínima que hace estacionario a y_t es el mínimo común múltiplo de $\Delta_p(B)$ y $\Delta_s(B)$. Diferenciando y_t la ecuación (9) se transforma en[1]:

$$\Delta(B)y_t = \Delta_s(B)\ \Psi_p(B)\xi_t + \Delta_p(B)\Psi_s\ (B)\varepsilon_t + \Delta_p(B)\Delta_s(B)e_t$$

$$= \Psi(B)a_t\ . \qquad (11)$$

Cleveland y Tiao 1976 encuentran que si los componentes siguen los modelos:

$$(1-B)^2 p_t = (1-\Psi_{11}B-\Psi_{12}B^2)\xi_t$$

$$(1-B^{12})s_t = (1-\Psi_{21}B^{12}-\Psi_{22}B^{24})\varepsilon_t$$

el modelo para y_t es:

$$(1-B)(1-B^{12})y_t = \frac{(1-B^{12})}{(1-B)}(1-\Psi_{11}B-\Psi_{12}B^2)\xi_t$$

$$+ (1-B)(1-\Psi_{21}B^{12}-\Psi_{22}B^{24})\varepsilon_t+(1-B)(1-B^{12})e_t \qquad (12)$$

donde ξ_t, ε_t y e_t son 3 procesos Gaussianos independientes con

[1] En la ecuación se asume que el mínimo común múltiplo de $\Delta_s(B)$ y $\Delta_p(B)$ es su producto, es decir, que ellos son primos relativos. Cuando esto no ocurre, $\Delta_c(B)$ denota los factores comunes $\Delta_s^*(B) = \Delta_s(B)/\Delta_c(B)$ y $\Delta_p^*(B) = \frac{\Delta_p(B)^c}{\Delta_c(B)}$. Entonces en (10) $\Delta_s(B)$ y $\Delta_s(B)$ tienen asteriscos y su producto es reemplazado por $\Delta_p^*(B)\ \Delta_s^*(B)\ \Delta_c(B)$.

$$\frac{\sigma_{\xi}^{2}}{\sigma_{\varepsilon}^{2}} = 1,3 \qquad \frac{\sigma_{e}^{2}}{\sigma_{\varepsilon}^{2}} = 14,4$$

$\Psi_{11} = -.49$, $\Psi_{12} = .49$, $\Psi_{21} = -.64$,

$\Psi_{22} = -.83$,

entonces $E(p_t/y_t)$ y $E(s_t/y_t)$ corresponderán a los filtros simétricos de la forma (4) con ponderaciones casi idénticas a las correspondientes de p_t y s_t para el procedimiento X-11.

El modelo (12) en forma explícita es:

$(1-B)(1-B^{12})y_t = (1-.337B+.144B^2+.141B^3+.139B^4$
$+.136B^5+.131B^6+.125B^7+.117B^8+.106B^9+.093B^{10}$
$+.077B^{11}-.417B^{12}+.232B^{13}-.0018B^{20}-.003B^{21}-.004B^{22}$
$-.006B^{23}+.035B^{24}-.021B^{25})c_t$. Donde c_t es un proceso "ruido blanco".

Esta ecuación corresponde al modelo general:

$$(1-B)(1-B^{12})y_t = \theta(B)a_t \qquad (13)$$

donde $\theta(B)$ es un polinomio en B de grado 25, cuyos coeficientes de mayor tamaño son $\theta_1 = .34$, $\theta_{12} = .42$.

Estos resultados implican que, en general si la serie y_t puede ser adecuadamente representada por el modelo (13), el uso del procedimiento X-11 sería justificado para estimar la tendencia y la estacionalidad en el sentido de que el método separa adecuadamente los componentes sistemáticos p, s de la componente irregular, la cual deberá ser un "ruido blanco"; si ésto ocurre podrían hacerse proyecciones para estos componentes mediante el cálculo de las distribuciones condicionadas de su valor futuro.

Si el modelo ARIMA para una serie y_t es muy diferente de (13), la descomposición hecha por el X-11 estaría en duda. En particular, series para las cuales la diferenciación estacional no es la del modelo encontrado y/o series donde la no estacionaridad es determinística, de tal manera que la serie diferenciada no es invertible, pueden ser sobreajustados por el X-11.

Probablemente la razón de que en la práctica el X-11 funcione bien para numerosas series económicas es que muchas de ellas son bien representadas por modelos ARIMA de aproximadamente la forma (13) (Cleveland 1976). Es importante recalcar que el trabajo teórico para ligar el procedimiento empírico de descomposición a un modelo ARIMA se ha realizado hasta ahora solamente para el procedimiento estándar del X-11 que usa un filtro de 13 términos para la tendencia. Está por investigarse: **a)** Si el uso de modelos de la clase de (13) corresponden o no al uso de las alternativas que presenta el X-11 como son los filtros de 9 y 23 términos para la tendencia. **b)** Si el uso de opciones como las variaciones debidas al calendario o la suavización de las razones SE por una opción diferente al promedio normal 3×5 usado en el programa estándar, mejoran los estimadores X-11 a la luz de los modelos ARIMA.

6. Ilustración.

En esta sección se ilustrará lo expuesto en los apartes anteriores utilizando dos casos colombianos. En primer lugar se presentará la serie de Medios de pago (M1) 1968-1978 que ha sido ajustada a un modelo estacional ARIMA de la clase (13), por tanto el X-11 debe estimar correctamente las componentes Tendencia Ciclo (P) y Estacionalidad (S), dejando unos residuos (I) cuya función de autocorrelación muestral debe corresponder a la de "ruido blanco". En segundo lugar, se presentará la serie Demanda de gasolina regular en miles de barriles mensuales para los años 1978-1983, la cual está generada por un modelo ARIMA muy diferente de (13) y por tan to el uso del X-11 no se puede justificar.

6.1 Medios de pago (MI) Colombia 1968-1978.

Esta serie fue ajustada a un modelo ARIMA por Pérez y Quintero (1982) utilizando la metodología de Box y Jenkins.

La serie cumple con los criterios iniciales para ser ajustada por X-11: no es marcadamente irregular, presenta un patrón estacional aproximadamente regular y tiene más de 84 datos.

Las figuras 1, 2, 3 y 4 muestran respectivamente las estimaciones de P, S e I dados por el X-11 y el autocorrelograma de estas. La Figura 1: Estimación final de P, muestra un claro crecimiento exponencial; la Figura 2: Estimación final de los factores estacionales (S) presenta un patrón estacional aproximadamente regular con picos cada doce meses y varianza creciente y la Figura 3: Serie de los irregulares, como es de esperarse no presenta ningún patrón determinado, lo cual es corroborado por la función de autocorrelación muestral de los irregulares, Gráfica 4, ninguno de los r_k es significativamente diferente de 0 y el valor de χ^2 calculada es 7,5727 el cual comparado con el nivel crítico del 5% muestra que los irregulares no están autocorrelacionados. Además, satisface todas las pruebas complementarias propuestas por el X-11 con excepción de la segunda, como se puede ver en el Cuadro 1.

Los anteriores resultados permiten concluir que con base en los criterios dados por el X-11, éste procedimiento estima adecuadamente las componentes Tendencia Ciclo y Estacionalidad.

El modelo ARIMA obtenido por Pérez y Quintero 1982, fue el siguiente:

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\theta_6 B^6-\theta_{12}B^{12})a_t$$

$Z_t = \log_e X_t$

X_t = medios de pago en el mes t.

$\theta_6 = -0,2087$

$\theta_{12} = 0,7377$

Suma de cuadrados de residuales = 0,022241

Media cuadrática de los residuales = 0.00019009

Error estándar de residuales = 0,013787.

La parte autorregresiva del modelo es igual a la de (13) y las estimaciones de θ_6 y θ_{12} no están muy lejos de los coeficientes asociativos con B^6 y B^{12} en (12), lo cual justifica también el ajuste por medio del procedimiento X-11.

CUADRO Nº 1

Pruebas complementarias para juzgar el procedimiento X-11 - SERIE MEDIOS DE PAGO (MI)

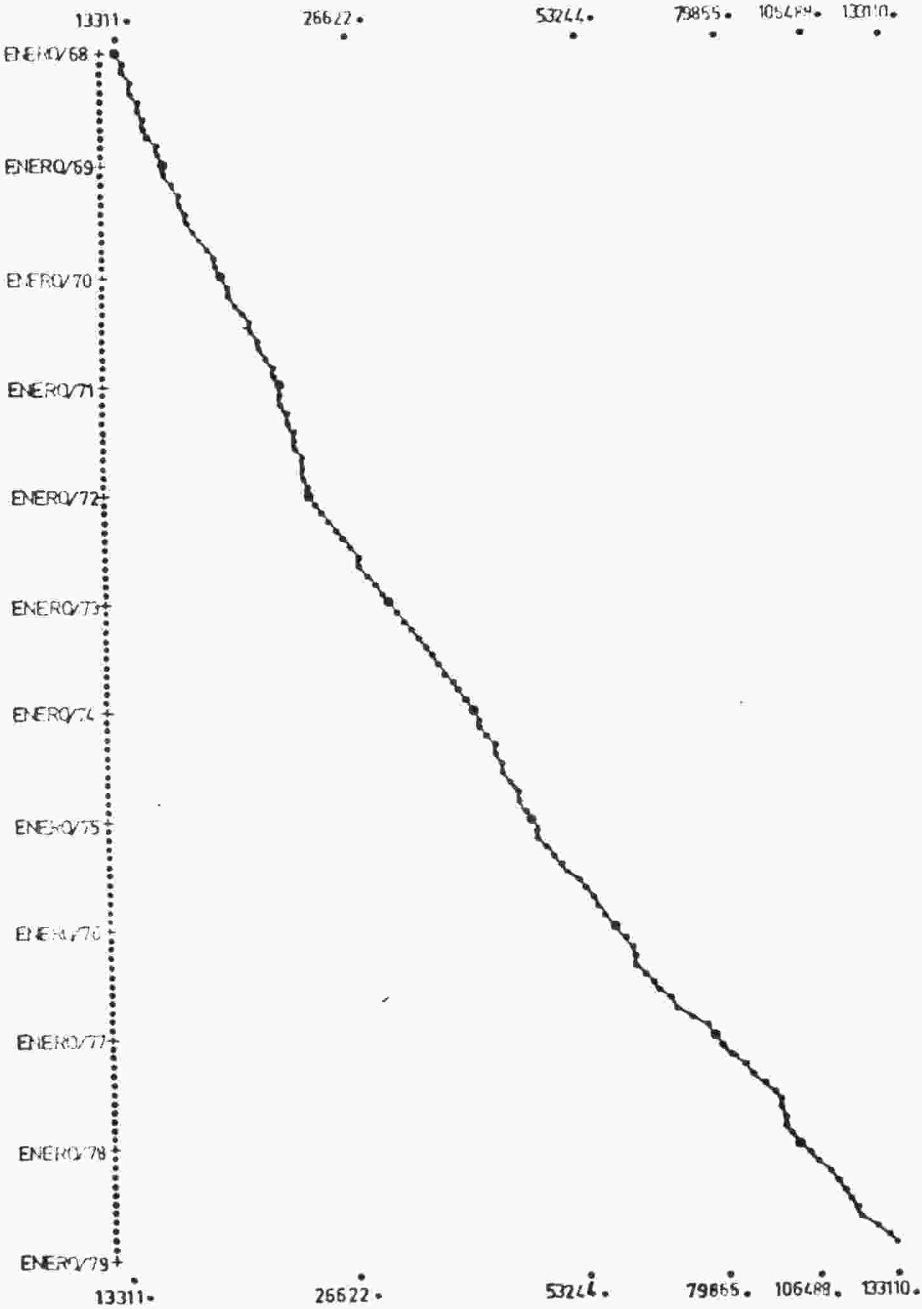
Prueba	*Criterios*	*Valores*	*Decisión*
Prueba F para estacionalidad estable (Tabla D.8)*	Vr.mínimo para aceptar la descomposición. F = 2,41	F = 40,126	Aceptar
Medida de la contribución relativa de los componentes a la varianza de la serie original. (Tabla F.2.8)*	La serie no estará ajustada adecuadamente si la contribución relativa de los irregulares sobre un span de 1 mes es mayor de 30%.	Contribución relativa de los irregulares = 9,52 %	Aceptar
	La contribución de S debe ser alta sobre span de 1 mes y disminuir a 0 sobre un período de 12 meses; la contribución de la tendencia Ciclo (P) debe ser alta y crecer en importancia y la de los irregulares debe ser más pequeña a medida que se incluye un mayor span.	Contribución relativa de los componentes. Span/meses — I — P — S 1 — 9.52 — 60.02 — 30.46 2 — 3.18 — 73.86 — 22.79 3 — 1.47 — 82.21 — 16.32 4 — 0.66 — 88.22 — 11.13 5 — 0.46 — 92.14 — 7.40 6 — 0.35 — 94.69 — 4.96 7 — 0.28 — 95.83 — 3.90 9 — 0.13 — 97.89 — 1.98 11 — 0.08 — 99.59 — 0.33 12 — 0.10 — 99.90 — 0.00	Aceptar
Prueba ADRE Tabla (F.2C)*	El ADRE debe estar entre 1,36 y 1,75	ADRE = 1,58	Aceptar
Prueba MCD Tabla (F.2D)*	Series con valores de MCD:1,2 ó 3 son aceptables;con MCD 4 ó 5 están en el límite y el impacto de los irregulares debe ser analizado.Con MCD de 6 debe rechazarse.	MCD = 1	Aceptar

Contribución relativa de los componentes (detalle):

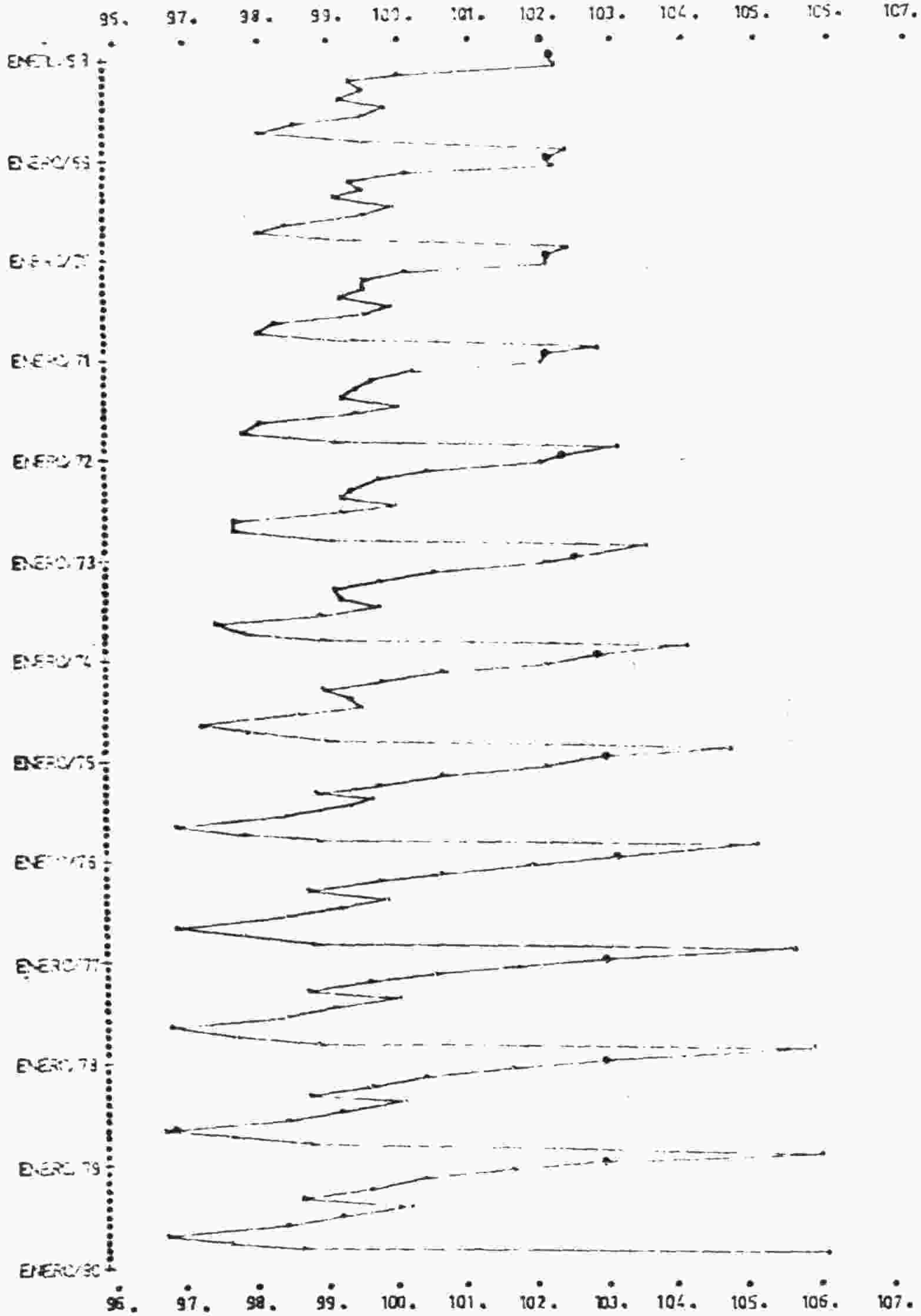
Span/meses	I	P	S
1	9.52	60.02	30.46
2	3.18	73.86	22.79
3	1.47	82.21	16.32
4	0.66	88.22	11.13
5	0.46	92.14	7.40
6	0.35	94.69	4.96
7	0.28	95.83	3.90
9	0.13	97.89	1.98
11	0.08	99.59	0.33
12	0.10	99.90	0.00

* Las tablas corresponden a la salida del computador del programa X-11.

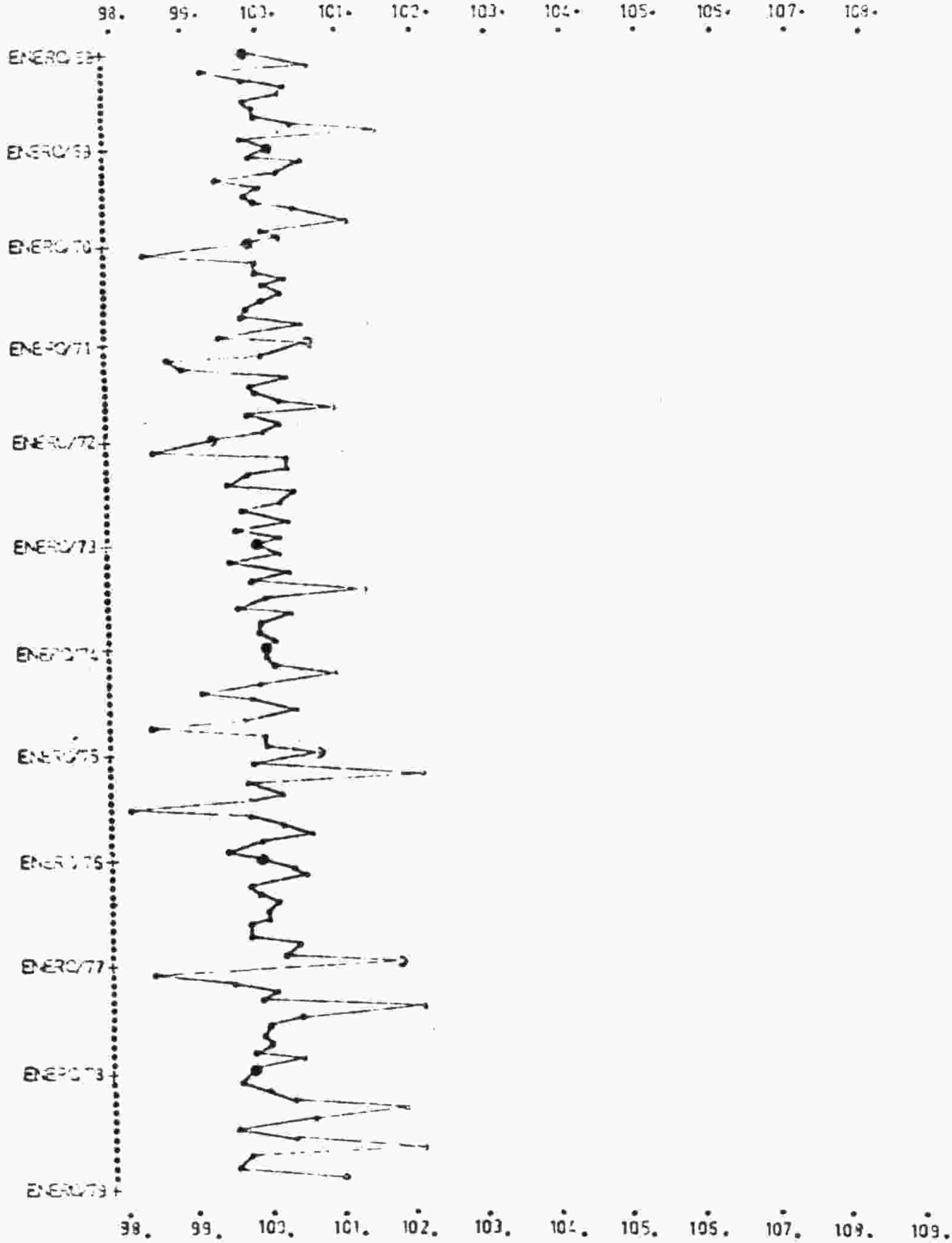
Grafica 1. Tendencia-ciclo. Medios de pago (M1) de Colombia. Enero de 1968 a Dic. de 1978.



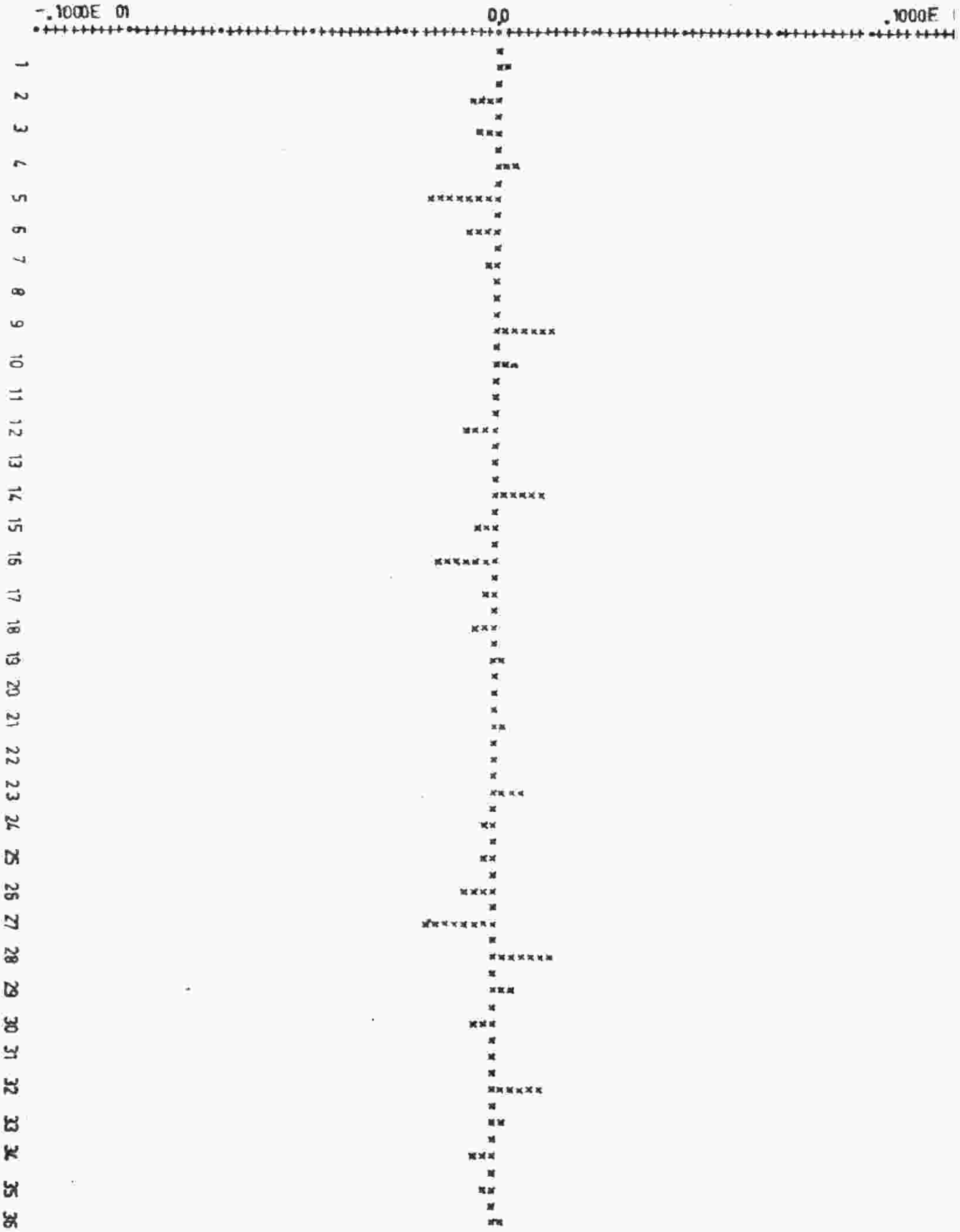
Gráfica 2. Factores estacionales. Medios de pago (M1) de Colombia. Enero de 1968 a Diciembre de 1978.



Gráfica 3. Serie de irregulares. Medios de pago (M1) de Colombia. Enero de 1968 a Diciembre de 1978.



Gráfica 4. **Función de autocorrelación de los irregulares dados por X-II medios de pago. Enero de 1968 a Diciembre de 1978.**



6.2. Consumo de gasolina regular para Bogotá 1976-1983.

Esta serie fue ajustada a un modelo ARIMA por Rodríguez (1983), utilizando la metodología de Box y Jenkins.

La serie cumple con los criterios iniciales para ser ajustados por X-11. Las Gráficas 5, 6 y 7 muestran la descomposición obtenida para tendencia, factores estacionales e irregulares obtenida por X-11.

Aunque los factores estacionales muestran un patrón estacional aproximadamente regular los irregulares no parecen aleatorios. Esto último es corroborado por la función de autocorrelación muestral de los irregulares (Gráfica 8); los r_1 y r_7 son significativamente diferentes de 0, además el valor calculado de X^2 es 48,623, el cual comparado con el X^2 teórico muestra que la serie de los irregulares no es "ruido blanco".

Además, sólo satisface la primera de las pruebas complementarias del X-11 en los otros cuatro, el criterio es rechazar el ajuste por X-11, Cuadro 2. En este caso, los resultados

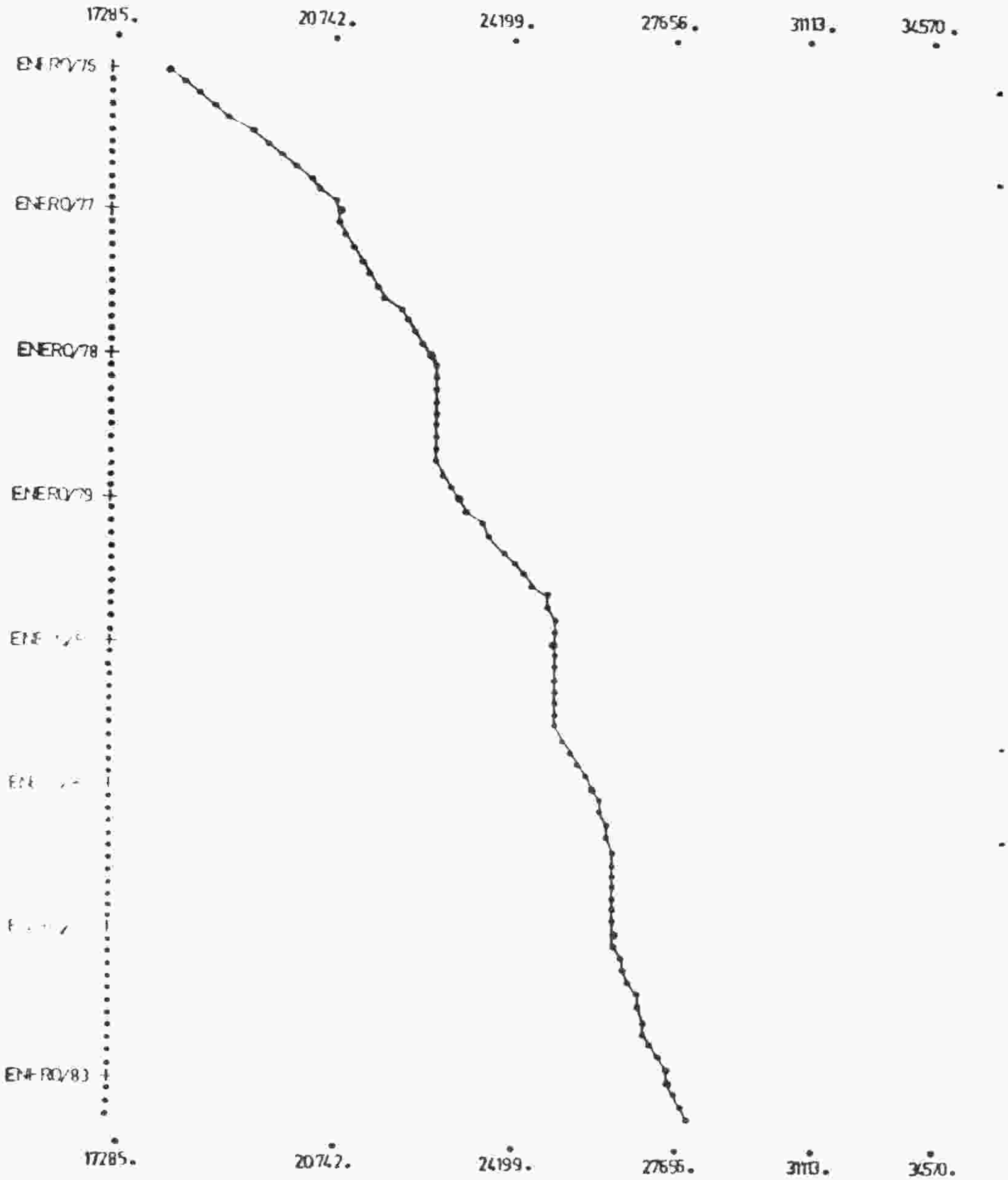
CUADRO Nº 2

Pruebas complementarias para juzgar el procedimiento X-11
SERIE GASOLINA REGULAR

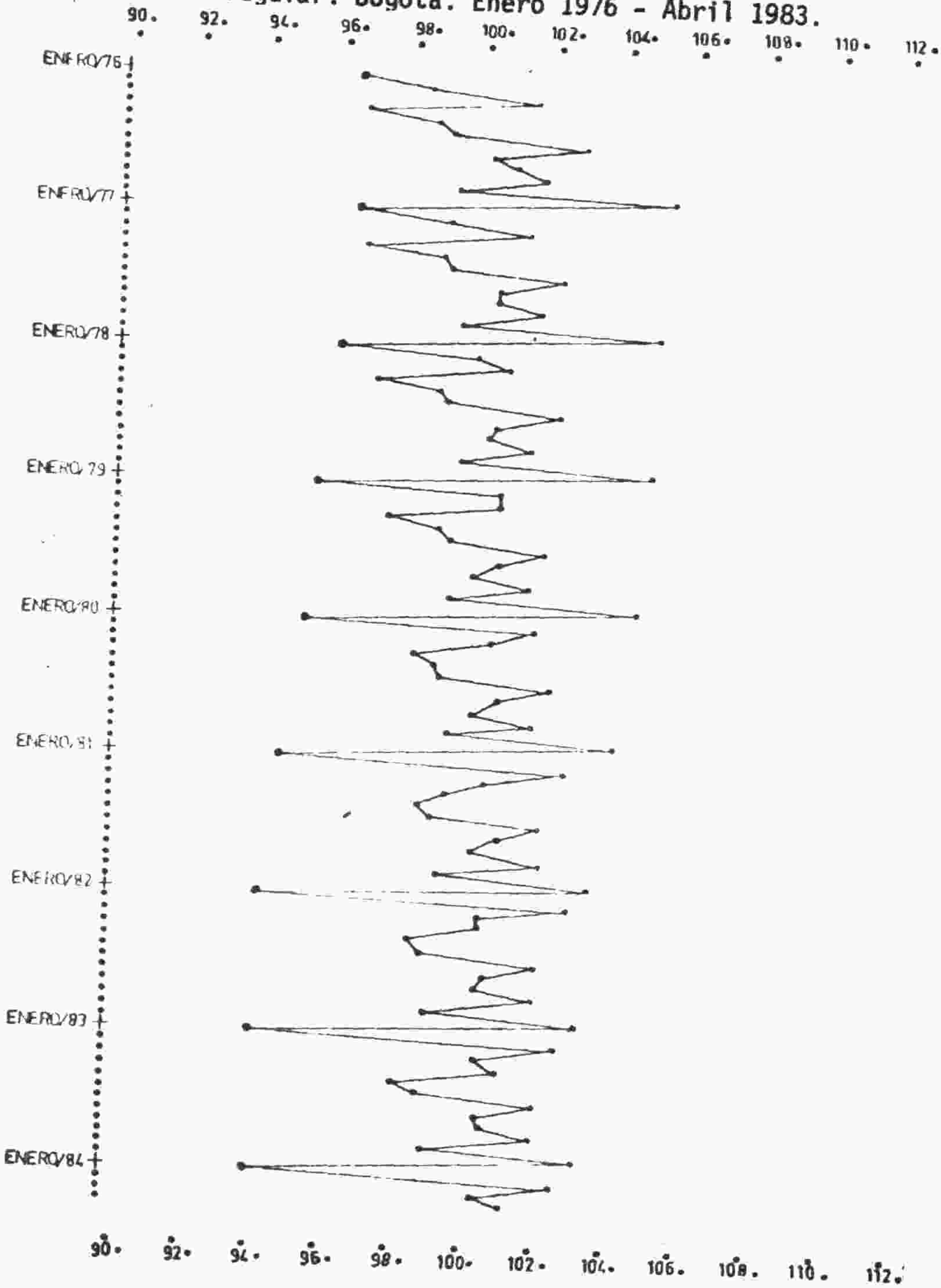
Prueba	*Criterios*	*Valores*	*Decisión*
Prueba F para estacionalidad estable (Tabla D.8)*	Vr. mínimo para aceptar la descomposición. F = 2,41	F = 4,219	Aceptar
Medida de la contribución relativa de los componentes a la varianza de la serie original. (Tabla F.2.8)*	La serie no estará ajustada adecuadamente si la contribución relativa de los irregulares sobre un span de 1 mes es mayor de 30%	Contribución relativa de los irregulares = 51,49%	Rechazar
	La contribución de *S* debe ser alta sobre span de 1 mes y disminuir a 0 sobre un período de 12 meses; la contribución de la tendencia Ciclo (*P*) debe ser alta y crecer en importancia y la de los irregulares debe ser más pequeña a medida que se incluye un mayor span.	Contribución relativa de los componentes. Span/meses — *I* — *P* — *S* 1 — 51.49 — 1.48 — 47.03 2 — 50.98 — 6.78 — 42.24 3 — 35.77 — 15.82 — 48.41 4 — 42.08 — 20.29 — 37.64 5 — 35.99 — 33.58 — 30.43 6 — 23.09 — 38.02 — 38.89 7 — 34.01 — 44.41 — 21.58 9 — 18.09 — 59.19 — 22.72 11 — 12.39 — 65.44 — 22.17 12 — 19.26 — 80.56 — 0.18	Rechazar
Prueba ADRE Tabla(F.2C)*	El ADRE debe estar entre 1,36 y 1,75	ADRI = 1,36	Rechazar
Prueba MCD Tabla (F.2D)*	Series con valores de MCD: 1,2 ó 3 son aceptables; con MCD 4 ó 5 están en el límite y el impacto de los irregulares debe ser analizado. Con MCD de 6 debe rechazarse.	MCD = 6	Rechazar

* Las tablas corresponden a la salida del computador del programa X-11.

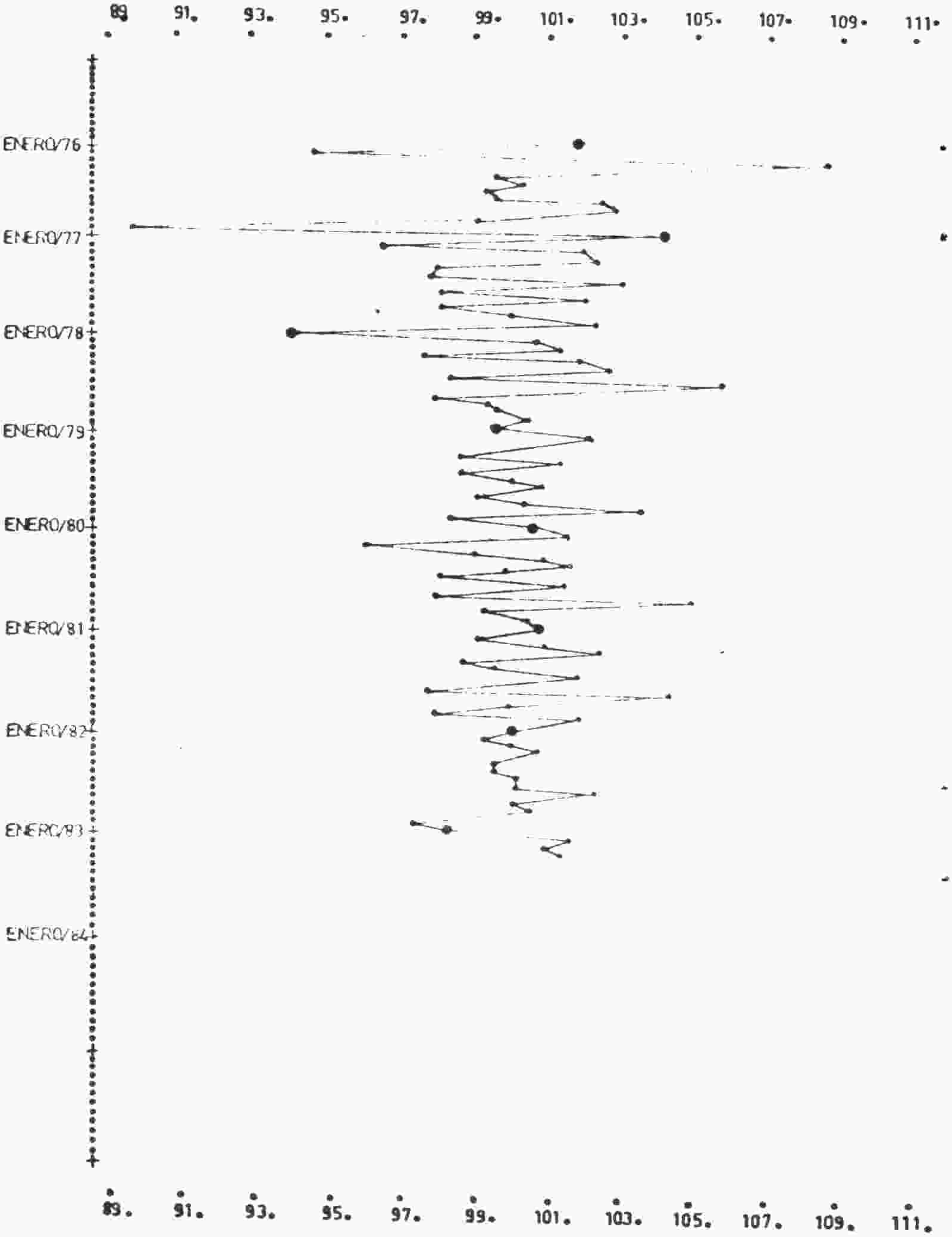
Gráfica 5. Tendencia-ciclo. Gasolina regular - Bogotá
Enero 1976 - Abril 1983.



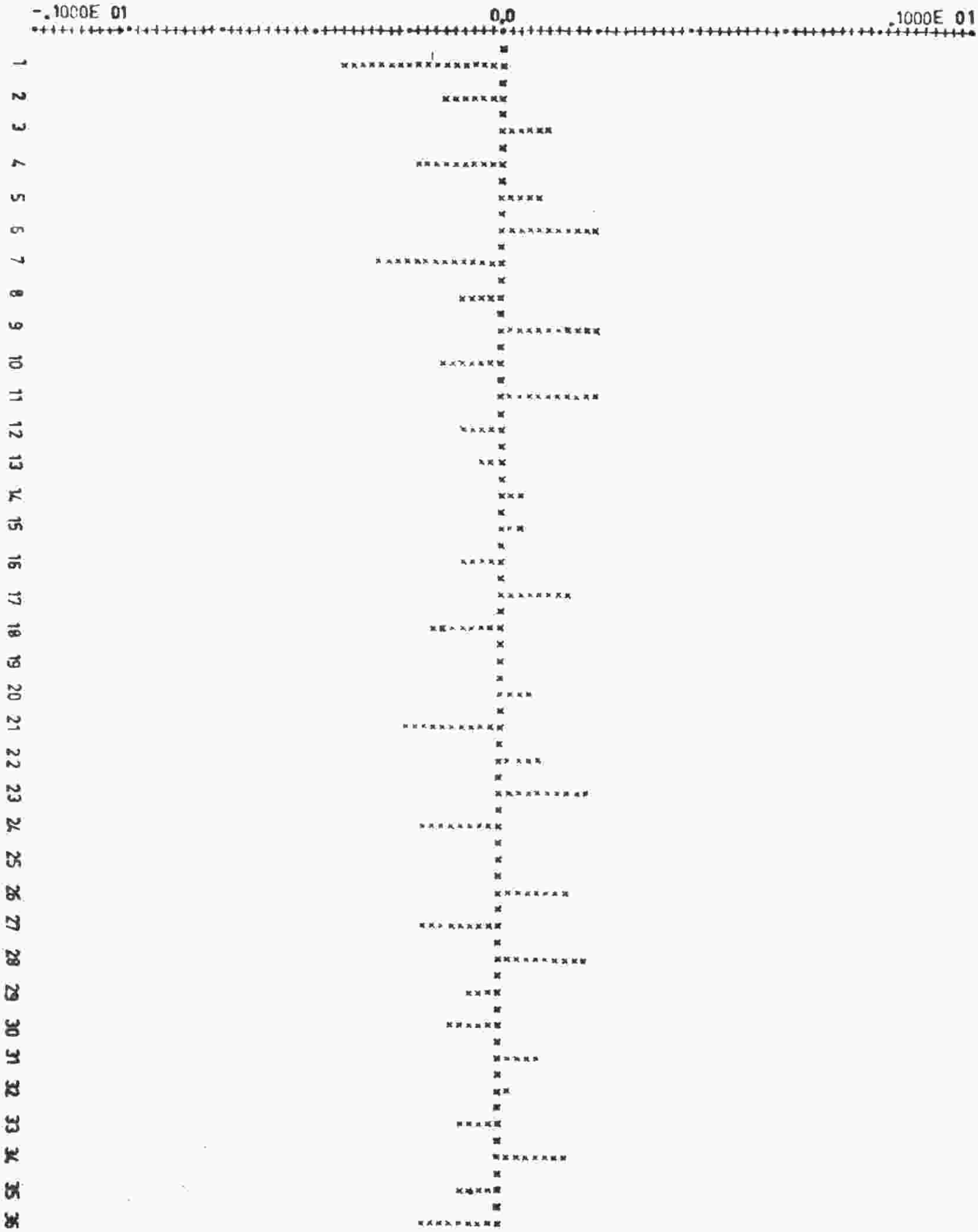
Gráfica 6. Factores estacionales. Demanda de gasolina regular. Bogotá. Enero 1976 - Abril 1983.



Gráfica 7. Series de irregulares. Demanda de gasolina regular. Bogotá. Enero 1976 - Abril 1983.



Gráfica 8. Función de autorrelación de los irregulares dados por X-II. Gasolina regular. Enero 1976 - Abril 1983.



anteriores nos permiten concluir que el X-11 separa adecuadamente las componentes.

El modelo ARIMA obtenido por Rodríguez 1983, fué el siguiente:

$$(1-\Phi_1 B)(1-B)Z_t = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})a_t$$

$Z_t = \log_e X_t$

X_t = demanda de gasolina regular. Bogotá Enero 1976 - Abril 1983.

$\Phi_1 = -0.40746$

$\theta_1 = 0,501$

$\theta_{12} = -0.38229$

Suma de cuadrados de residuales = .012056

Media cuadrática de los residuales = .0014353

Error estándar de residuales = .0137885.

El modelo es esencialmente diferente del (13), y pòr tanto no se justifica un ajuste por medio del procedimiento X-11.

Conclusiones.

El artículo señala que si la serie de tiempo es generada por un modelo ARIMA de la forma general $(1-B)(1-B^{12})y_t = (\theta B)a_t$ se justifica la descomposición propuesta por el X-11, y si el modelo ARIMA que genera la serie es muy diferen te de éste, la descomposición por el procedimiento X-11 no es adecuada.

La descripción se ilustra con dos series de datos de Colombia; en primer lugar la serie Medios de Pago, la cual es generada por un modelo ARIMA de la forma general requerida, presenta una descomposición adecuada por el X-11, ya que satisface las pruebas propuestas por este procedimiento y deja una serie de irregulares que son "ruido blanco".

En contraste, la serie Demanda de Gasolina regular es generada por un modelo ARIMA diferente al requerido y su descomposición por X-11 no es adecuada al no satisfacer las pruebas adicionales y dejar como residuales una serie que no es "ruido blanco".

El análisis de la interacción entre el procedimiento empírico de descomposición y los modelos ARIMA se ha realizado solamente utilizando el procedimiento estándar del X-11; está por investigar qué ocurre a la luz de los modelos ARIMA cuando se utiliza una o más de las opciones que ofrece el X-11.

* *

BIBLIOGRAFIA

Board of Governors of the Federal Reserve System (1981), Seasonal Adjustment of the Monetary Aggregates Washington D.C.

Box, G.E.P., Hillmer, S. and Tiao, G. (1978) Analysis and Modeling of Seasonal Time Series en Zellner, A. Seasonal Analysis of Economic Time Series. Procedding of the Conference on the Seasonal Analysis of Economic Time series Washington D.C. Sep. 1976.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970). Time Series Analysis-Forecasting and Control, San Francisco: Holden Day.

Cleveland, W. and Devlin, S. (1982). Calendar effects in Montly Time Series. Modeling and Adjustment Journal of the American Statistical Association 77 # 377.

Cleveland, W. and Tiao, G. (1976). Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program. Journal of the American Statistical Association 71, # 355.

Makridakis, S. and Wheelwright, S. (1978). Forecasting Methods and Applications, John Wiley and Sons.

Pérez, J. y Quintero, A. (1982). Análisis de series económicas en el dominio del tiempo y la frecuencia. Trabajo de grado. Depto. de Matemáticas y Estadística. U. Nal.

Pierce, D. (1978). Seasonal Adjustment when both deterministic and stochastic seasonality are present, en Zellner, A. Seasonal Analysis of Economic Time Series: Proceeding of the Conference on the Seasonal Analysis of Economic Time Series Washington,D.C.

Pierce, D. (1979). A survey of recent developments in Seasonal Adjustment. Journal of the American Statistical Association, 34 125-139.

Pindick, R. Y Rubinfeld, D. (1980). Modelos Econométricos. Barcelona: Editorial Labor.

Plewers, T. (1977). Criteria for judging the adequacy of Seasonal Adjustment. Technical Paper U.S.Department of Labor Bureau of Labor Statistic.

Rodríguez, I. (1984) Estudio de la Demanda de Gasolina en Colombia (en preparación).

Shiskin, J., Young, A, and Musgrave, J. (1967). The X-11 variant of Census Method II Seasonal Adjustment Program. Technical Paper Nº 15, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce.

Whitle, P. (1963). Prediction and regulation by Linear Least Square Methods. London English Universities Press.

* *