REVISTA COLOMBIANA DE ESTADISTICA. Nº 2 1980

ESTIMACIONES DE LOS CAMBIOS DE INVENTARIOS CUANDO SE DESCONOCE EL CONSUMO

POR: LUCIANO MORA OSEJO

Profesor Asociado U.N.

Las estadísticas económicas de los principales productos adolecen de la falde datos sobre consumo y sobre el movimiento de existencias. En estas condiciones, se plantea la cuestión de saber si es posible diseñar un modelo que permita, por lo menos, trazar las grandes líneas del regimen del consumo y de los inventarios.

En este trabajo, se utilizan las estadísticas disponibles sobre producción, insumos, precios e ingreso disponible, para vertirlas en un modelo estructural del mercado de la papa; se muestra que es posible estimar los parámetros en un nivel de correlación aceptable para los fines propuestos; se derivan relaciones valederas y apropiadas para estimar los consumos y, con estos evaluar retrospectivamente los cambios de inventarios.

I. - LAS RELACIONES FUNDAMENTALES

Supongamos que, por mínimos cuadrados, hemos ajustado regresiones causales en cadena para la oferta, la demanda y los precios de la forma :

$$q_t = a_1\, p^*_{t-1} + x_t + e_1$$

$$w_t = a_2\, p^*_t + b_2\, y_t + e_2$$

$$p^*_t = a_3\, (w_{t-1} - q_t) + b_3\, z_t + e_3$$

Las dos primeras se pueden apoyar en la teoría clásica de la oferta y la demanda; la última trata de captar el papel de los mecanismos terciarios y constituye la hipótesis fundamental del modelo que se debe verificar contra las observaciones disponibles q_t, w_t, p^*_t, son la oferta, el consumo y los precios, respectivamente x_t, y_t, z_t, son las variables exógenas. Las dos últimas las especificaremos como el ingreso disponible de los consumidores deflactado por el índice del costo de la vida. La primera la especificaremos como una "combinación lineal" del crédito, los precios de los fertilizantes deflactados

también por el índice del costo de la vida y por una "variable aparente" k que vale 0 para cada año entre 1958 y 1964 donde la producción oscila sin mostrar una marcada tendencia y vale t entre 1965 y 1969 donde se observa una franca declinación en la producción de papa. Todo esto se expresa en la siguiente forma :

$$x_t = a\,c^*_t + b\,f^*_t + dk$$

Evidentemente las e_i son los residuos aleatorios.

Estamos en condiciones de efectuar una serie de operaciones lineales con las variables independientes de estas regresiones, en la forma siguiente :

$$w_t - q_t = \Delta I_t = a_2\,p^*_t - a_1\,p^*_{t-1} + g_t$$

Donde

$$g_t = b_2\,y_t - x_t$$

$$a_2\,p^*_t - a_1\,p^*_{t-1} + g_t = a_2\,\Delta p^*_{t-1} + (a_2 - a_1)\,p^*_{t-1} + g_t$$

$$= a_2\,\Delta p^*_{t-1} + c_1\,p^*_{t-1} + g_t$$

con $c_1 = a_2 - a_1$

Por otro lado

$$w_{t-1} - q_t = w_t - w_{t-1} + w_{t-1} - g_t = \Delta I_t - \Delta w_{t-1}$$

Pero

$$\Delta w_t = a_2 \Delta p^*_t + b_2 \Delta y_t \quad \text{y} \quad \Delta w_{t-1} = a_2 \Delta p^*_{t-1} + b_2 \Delta y_{t-1}$$

Con esto

$$p^*_t = a_3 (w_{t-1} - q_t) + b_3 z_t = a_3 (\Delta I_t - \Delta w_{t-1}) + b_3 z_t$$

O también :

$$p^*_t = a_3 \Delta I_t - d_1 \Delta p^*_{t-1} - d_2 \Delta y_{t-1} + b_3 z_t \,;\quad d_1 = a_2 a_3 ;\; d_2 = b_2 a_3$$

donde hemos reemplazado g_t con su equivalente : $g_t = b_2 J^*_t - x_t$

$$p^*_t = a_3 \Delta I_t - d_1 \Delta p^*_{t-1} - d_2 \Delta J^*_{t-1} + b_3 J^*_t + a_3 (e_2 - e_1) + e_3$$

Utilizando la expresión que, más arriba, hemos obtenido para y después de simples transformaciones obtenemos la relación fundamental :

$$p^*_t = \frac{a_3 b_2 + b_3}{1 - a_3 c_1} J^*_t - \frac{d_2}{1 - a_3 c_1} \Delta J^*_{t-1} - \frac{a_3 c_1}{1 - a_3 c_1} \Delta p^*_{t-1} - \frac{a_3}{1 - a_3 c_1} x_t + \frac{a_3 (e_2 - e_1) + e_3}{1 - a_3 c_1}$$

Llamando k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, los coeficientes de la regresión obtenida por mínimos cuadrados, los coeficientes de las relaciones estructurales de la demanda y de los precios, se obtienen, en la forma siguiente :

$$a_2 = a_1 + k_3/k_4 \,;\; b_2 = k_2/k_4 ;\; a_3 = \frac{k_4}{\left[(a_2 - a_1)\, k_4 - 1\right]} \,;\; b_3 = -b_2 a_3 \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right)$$

Por otro lado : ajustamos directamente x_t, y con esta q_t, de modo que a_1 es conocido. El ajuste de p_t^*, nos da únicamente una relación lineal entre los residuos e_2, e_3, para determinarlos necesitamos otra relación lineal..Con esto queda el problema resuelto, puesto que el residuo e_1 ha sido estimado al ajustar q_t. Esta relación faltante la determinamos de la siguiente manera :

En la relación de precios figura el consumo w_{t-1} en el período anterior.

Por lo tanto, en ese momento el mecanismo del mercado debió alcanzar el punto de equilibrio de Cournot, donde la oferta y la demanda se aproximan mutuamente. Esto nos permite identificar :

$$w_{t-1} = q_{t-1}$$

Con esto, se tiene :

$$p_t^* = a_3 \,(q_{t-1} - q_t) + b_3 \, I_t^* + e_3$$

Y, tomando promedios :

$$p = - a_3 \, \triangle \, q_{t-1} + b_3 \, I + e_3$$

Esta es la segunda relación que necesitábamos.

II. - LA INFORMACION DISPONIBLE

A continuación presentamos dos cuadros. En el primero, se dan las serie estadísticas entre 1957 y 1970 sobre la papa. Se compilan las siguientes variables :

Pd Producción en miles de toneladas, según la Caja Agraria,

A Area, en hectáreas, también según la Caja Agraria

r Rendimiento en toneladas por hectáreas, igualmente tomados de las estadísticas de la Caja Agraria.

p Precios al consumidor en pesos por tonelada, según el DANE

f Precios de los fertilizantes, en pesos por tonelada, tomados de las estadísticas de OPSA.

c Nuevos Créditos otorgados por la Caja Agraria en millones de pesos.

J Ingreso disponible de las personas, en cientos de millones de pesos, según las Cuentas Nacionales del Banco de la República.

v Indice del costo de la vida, según el DANE

En el segundo, presentamos los mismos datos deflactados y tal como se utilizaron en las dos regresiones fundamentales, además del cálculo de x_t, la estimación de qt y la de p^*_t. Los asteriscos significan la "deflactación".

No fue posible obtener información confiable más allá de 1970 para la mayoría de las variables. Suplida esta deficiencia de datos, las estimaciones pueden repetirse en breve tiempo.

Es intrigante la caída de la producción a partir de 1965; esta anomalía presentó algunas dificultades en los cálculos. Es notorio que esto ocurrió a pesar de que los créditos se incrementaron significativamente y de que los precios no dejaron de aumentar.

III. - LAS ESTIMACIONES

Se utilizó la máquina Hewlett-Packard con el programa de correlación múltiple y se obtuvieron los siguientes resultados :

a) Para el ajuste de la producción :
Coeficiente de correlación : 0.64
Significación de los coeficientes de cada variable, según la relación de Fisher: para 1 y 11 grados de libertad

Para los precios :	6.5
Para el crédito :	3.7
Para los fertilizantes :	0.4

CUADRO # 1

INFORMACION BASICA

Años	Prod. 10^3 ton	Area Ha.	Precios Consum. $/ton	Precios Fertil. $/ton	Nuevos Créditos 10^6 $	Ingreso disponi. 10^8 $	Indice Costo
1958	1.197	156	640	526	13.2	159.5	142.1
1959	1.306	175	590	577	19.8	178.5	153.1
1960	988	183	610	576	22.8	208.0	160.3
1961	1.183	143	890	580	16.7	237.8	177.9
1962	1.403	172	630	629	27.6	272.2	180.8
1963	1.048	192	1.180	1086	27.8	305.7	235.4
1964	1.376	171	1.730	1336	29.4	386.3	284.6
1965	1.224	159	1.160	1.424	49.2	486.6	292.2
1966	1.144	121	1.880	1.500	53.4	549.0	343.8
1967	938	131	1.690	1.780	74.3	660.8	370.8
1968	961	125	1.660	1.870	105.3	748.1	396.6
1969	890	127	2.010	1.960	118.0	868.0	422.5
1970	960	125	2.290	2.060	101.5	999.3	453.9

CUADRO # 2

INFORMACION PARA LOS CALCULOS

	Para estimar q_t							Para estimar p^*_t		
t	$\tilde{p}^*_{t-1}$	c^*_t	f^*_t	K	q_t	j^*_t	$\Delta \tilde{p}^*_{t-1}$	Δp^*_{t-1}	x_t	p^*_t
1	5.46	1.4	3.7	0	12.0	1.05	- 0.13	0.03	0.31	5.49
2	5.49	1.5	3.8	0	13.1	1.03	- 0.02	- 0.73	0.38	4.76
3	4.76	1.0	3.6	0	9.9	1.03	0.0	- 0.12	0.01	4.64
4	4.64	1.5	3.3	0	11.8	0.99	- 0.04	1.09	0.58	5.73
5	5.73	1.5	3.5	0	14.0	1.05	0.06	- 1.67	0.51	4.06
6	4.06	1.2	4.6	0	10.5	0.85	- 0.20	1.61	- 0.06	5.67
7	5.67	1.7	4.7	0	13.8	0.76	- 0.09	0.86	0.36	6.53
8	6.53	1.8	4.9	1	12.2	0.74	0.02	- 2.44	0.63	4.09
9	4.09	2.2	4.4	2	11.4	0.65	- 0.09	1.50	- 0.73	5.59
10	5.59	2.8	4.8	3	9.4	0.64	- 0.01	- 0.89	1.14	4.70
11	4.70	3.0	4.7	4	9.6	0.64	0.0	- 0.76	1.59	3.94
12	3.94	2.4	4.6	5	8.9	0.64	0.0	1.46	2.89	5.40

Para la variable aparente 1.9

Coeficientes de correlación parcial :

Precios :	0.5
Crédito :	0.94
Fertilizantes	-0.27
Variable aparente :	-0.80

El nivel de correlación, para los fines de este estudio, es aceptable y la significación de la participación de las dos primeras variables es significativa.

b) Para el ajuste de los precios :

Indice de correlación múltiple : 0.81

Significación de los coeficientes de cada variable , según la relación de Fisher, para 1 y 11 grados de libertad

Para el ingreso :	0.03
Para las variaciones del ingreso :	16.8
Para las variaciones de los precios :	10.7
Para la componente exógena de la producción :	2.7

Coeficientes de regresión parcial :

Ingreso :	$-1.34 = k_1$
Variaciones del ingreso :	$-0.96 = k_2$
Variación de los precios :	$0.48 = k_3$
Componente exógena :	$0.38 = k_4$
Coeficiente residual :	$6.29 = k_5$

Por lo tanto el nivel de correlación y de significación son altamente satisfactorios.

Como se ve en el cuadro de los datos para el cálculo, por separado se ha calculado x_t, la componente exógena de la oferta q_t.

Las estimaciones anteriores permiten calcular los coeficientes de las relaciones estructurales y se obtiene :

$$a_1 = 0.65 \qquad e_1 = 8.5$$

$$a_2 = 1.91 \qquad b_2 = -2.63$$

$$a_3 = 0.73 \qquad b_3 = -4.6$$

La relación entre los coeficientes residuales e_2 y e_3 es :

$$e_3 = 0.73\, e_2 + 5.87$$

La segunda relación, establecida en I, da reemplazando las medias de las variables involucradas :

$$p = 5.05 \quad J = 0.84 \quad \triangle q = -0.08,$$

$$e_3 = 8.97$$

Con lo cual, la primera relación en referencia, da :

$$e_2 = 4.25$$

De esta manera hemos determinado completamente las relaciones estructurales, en la forma :

$$q_t = 0.65\; p^*_{t-1} + x_t + 8.5$$

$$w_t = 1.91\; p^*_t - 2.63\; J^*_t + 4.25$$

$$p^*_t = -0.73\,(w_{t-1} - q_t) - 4.6\, J^*_t + 8.97$$

IV LA VERIFICACION DE LOS RESULTADOS

El cuadro No. 3 que insertamos a continuación, muestra el proceso de cálculo para comparar los precios observados p^*_t con los calculados $\hat{p}^*_t$ y para calcular los cambios de inventarios I_t

CUADRO # 3

VERIFICACION DE LOS RESULTADOS

Años	J^*_{t-1}	w_{t-1}	q_t	$w_{t-1}-q_t$	J^*_t	$\hat{p}^*_t$	p^*_t	I_t	$p^*_t - \hat{p}^*_t$
1958	1.18	11.90	11.97	- 0.07	1.05	4.19	5.49	0.01	1.3
1959	1.05	11.98	13.06	0.08	1.03	5.02	4.76	2.43	- 0.3
1960	1.03	10.63	9.88	0.75	1.03	3.68	4.64	0.52	0.96
1961	1.03	10.40	11.83	1.43	0.99	5.46	5.73	0.76	0.27
1962	0.99	12.59	14.03	1.44	1.05	5.19	4.06	- 4.79	- 1.13
1963	0.05	9.24	10.48	1.24	0.85	5.97	5.67	2.36	- 0.30
1964	0.85	12.84	13.76	0.92	0.76	6.14	6.53	0.96	0.39
1965	0.76	14.72	12.24	2.48	0.74	3.76	4.09	- 2.13	0.33
1966	0.74	10.11	11.44	1.33	0.65	6.95	5.59	1.78	- 1.36
1967	0165	13.22	9.38	3.84	0.64	3.23	4.70	2-17	1.47
1968	0.64	11.55	9.61	1.94	0.64	4.61	3.94	0.49	- 0.67
1969	0.64	10.10	8.90	1.20	0.64	5.15	5.40		0.25
1970	0.64						Total	- 0.3	1.21
							Error promedio		0.10
					Error porcentual promedio				0.02%

Como puede verse, el ajuste de los precios es muy bueno : el error porcentual promedio es, prácticamente, cero. Puesto que la relación de precios era la hipótesis fundamental del modelo, puede considerarse verificada en el marco de la información utilizada y con las salvedades de la significación de los coeficientes de las regresiones que hemos observado más arriba. En este mismo sentido puede considerarse valedera la estimación de los cambios de inventarios.

V. - ANALISIS DE LOS CAMBIOS DE INVENTARIOS

En primer lugar se observa que, aparentemente se confirma, la hipótesis formulada por el Dr. L. Lorente, en el sentido de que existen períodos en los cuales la suma de los cambios de inventarios se anula. Parece que lo corriente es suministrar al consumo anualmente cantidades moderadas, del orden de las 10.000 toneladas y extraer reservas cada 2 o 3 años del orden de las 30.000 toneladas. Sin embargo, la reserva aparente efectuada en 1962 de 48.000 toneladas no corresponde, evidentemente a los hechos, y con seguridad se debe a un error en las estadísticas de base..

Como queda dicho más arriba, a lo largo de esta investigación, ha resaltado la caida vertical y sostenida de la producción a partir de 1965 aproximadamente, En el análisis de los cambios de inventarios esto aparece como debido a la existencia de reserva que se utilizaron en los años sucesivos. Sin embargo, la caducidad rápida de la papa descarta, problablemente esta posibilidad Con el ánimo de tratar de esclarecer esta cuestión, se ha procedido a analizar armónicamente la serie de los cambios de la papa con los siguientes resultados :

El análisis armónico permite representar la serie de los cambios, en la forma aproximada :

$$I_t = 0.05 - 1.05 \, sen \left(\frac{\pi x}{6} - 0.37\right) - 0.64 \, sen \left(\frac{\pi x}{3} - 1.05\right) + 0.94 \, sen \left(\frac{\pi x}{2} - 0.51\right)$$

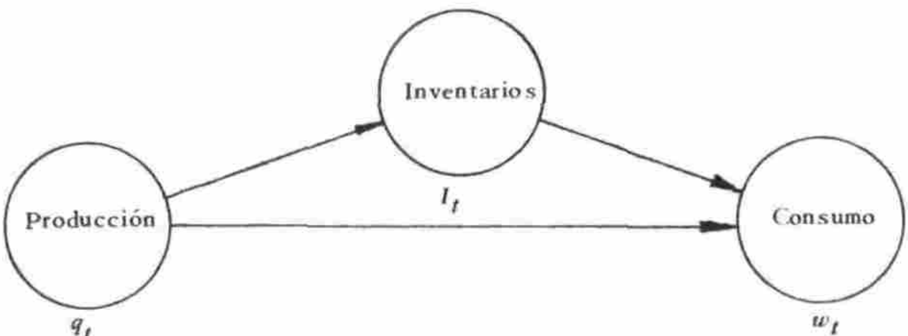
Llamamos a las componentes sinusoidales, en el orden que aparecen, C_1, C_2 y C_3. La Gráfica 1 muestra los cambios de inventarios (multiplicados por el factor constante 2.5). La Gráfica 2 despliega las componentes armónicas en el orden mencionado, (también multiplicadas por el factor 2.5).

La amplitud máxima, 1.05, corresponde a la componente de período 12 años, probablemente ligada a los cambios climatológicos, la componente de amplitud 0.94 y de período 4 años quisiéramos asociarla a los cambios en las políticas gubernamentales. No es posible decir nada en relación con la componente de amplitud 0.64 y período 6 años. La observación gráfica, lo único que parece sugerir en relación con la caida de producción a partir de 1965, es un cambio en el sentido de la correlación entre la componente 3 y las componentes 2 y 1 que coinciden con el período en referencia y esto, quizás, podría significar algo en el sentido de que los azares climatológicos han operado en sentido opuesto a las políticas oficiales. De todos modos esta cuestión necesita análisis ulterior.

A P E N D I C E

ESTIMACION DE LOS INVENTARIOS

La relación entre producción, inventarios y consumo, esquemáticamente podemos representarla en la siguiente forma :



Supongamos que, por consideraciones de costos se ha determinado un nivel óptimo de los inventarios I^*.

Los productores, obrando racionalmente, podrían ajustar la producción q_t al consumo esperado w_{t+1} y al control por parte de una proporción del saldo de inventario : $e_t = I_t - I^*$, $q_t = w_{t+1} - \lambda e_t$

Por definición $\Delta I_t = w_t - q_t$, entonces $\Delta e_t = \Delta I_t$ de donde resultan dos ecuaciones que definen el sistema con retroalimentación :

$$e_t = e_{t-1} + w_t - q_t$$

$$q_t = w_{t+1} - \lambda e_t$$

Indicando con el sub-índice z, las transformadas z, definidas por :

$$f(z) = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} f_t^t z^{-t} = \sum_{t=o}^{\infty} f_t z^{-t}$$

Suponiendo que el proceso se inicia en $t = 0$, se tiene :

$$e_z = z^{-1} e_z + w_z - q_z$$

$$q_z = z w_z - \lambda e_z$$

De donde se obtiene :

$$e_z = \frac{1 - z}{1 - z^{-1} - \lambda} w_z \qquad (1)$$

Por tanto la función de transferencia del sistema es :

$$G(z) = -\frac{1}{(1-\lambda)} \times \frac{z(1-z)}{z - \frac{1}{1-\lambda}}$$

La función $\frac{z}{z - 1/1-\lambda}$ es la transformada de $(1/1-\lambda)^t H_t$ donde H_t es la función de salto unitaria. Puesto que $(z-1)U_z = \Delta U_z$ en total tenemos la transformada de z de la función $\Delta(1/1-\lambda)^t H_t$ igual a $\left(\frac{1}{1-\lambda} - 1\right)\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)^t = \frac{\lambda}{1-\lambda}\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)^t$ $(1/1-\lambda)^t$.

Volviendo a escribir la ecuación (1), indicando con T_z la transformada de z resulta :

$$T_z(e_t) = T_z\left[-\frac{\lambda}{(1-\lambda)^2}\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)^t\right] T_z(w_t)$$

Utilizando el teorema de la convolución $e_t = -\lambda/(1-\lambda)^2 \sum_{z=o}^{t} (1/1-\lambda)^t w_{t-z}$ o explícitamente :

$$e_t = \frac{-\lambda}{(1-\lambda)^2}\left[w_t + (1/1-\lambda)\, w_{t-1} + (1/1-\lambda)^2\, w_{t-2} + \ldots\ldots\right]$$

Escribiendo $\rho = -\lambda/(1-\lambda)^2$; $k = 1/1-\lambda$ de modo que $-\rho = (k-1)k$; $\lambda = -\rho/k^2$

Tenemos, en particular : $I_2 - I^* = \rho\left[w_2 + kw_1 + k^2 w_o\right]$

$I_1 - I^* = \rho(w_1 + kw_o)$; $I_2 - I_1 = \rho\left[w_2 - w_1 + k\,(w_1 - w_o) + k^2\, w_o\right]$

por tanto :

Utilizando los datos obtenidos en la primera parte del estudio se obtiene :

$$\rho = \frac{1}{1190\, k^2 + 8k - 135}$$

$$-\rho = (k-1)\, k$$

La solución gráfica adjunta muestra que existe una intersección alrededor de $K = 0.335$, entonces $\rho = 0.22$ y $\lambda = -2.0$. (Gráfica Nº 3)

Puesto que : $I_o - I^* = \rho w_o = 0.22 \times 11.9 = 2.6$ $\quad I^* = I_o - 2.6$

Y finalmente : $I_t \approx I_o + 0.22\left[w_t + 0.33\, w_{t-1} + 0.11\, w_{t-2} + \ldots\right] - 2.6$

GRAFICO-1

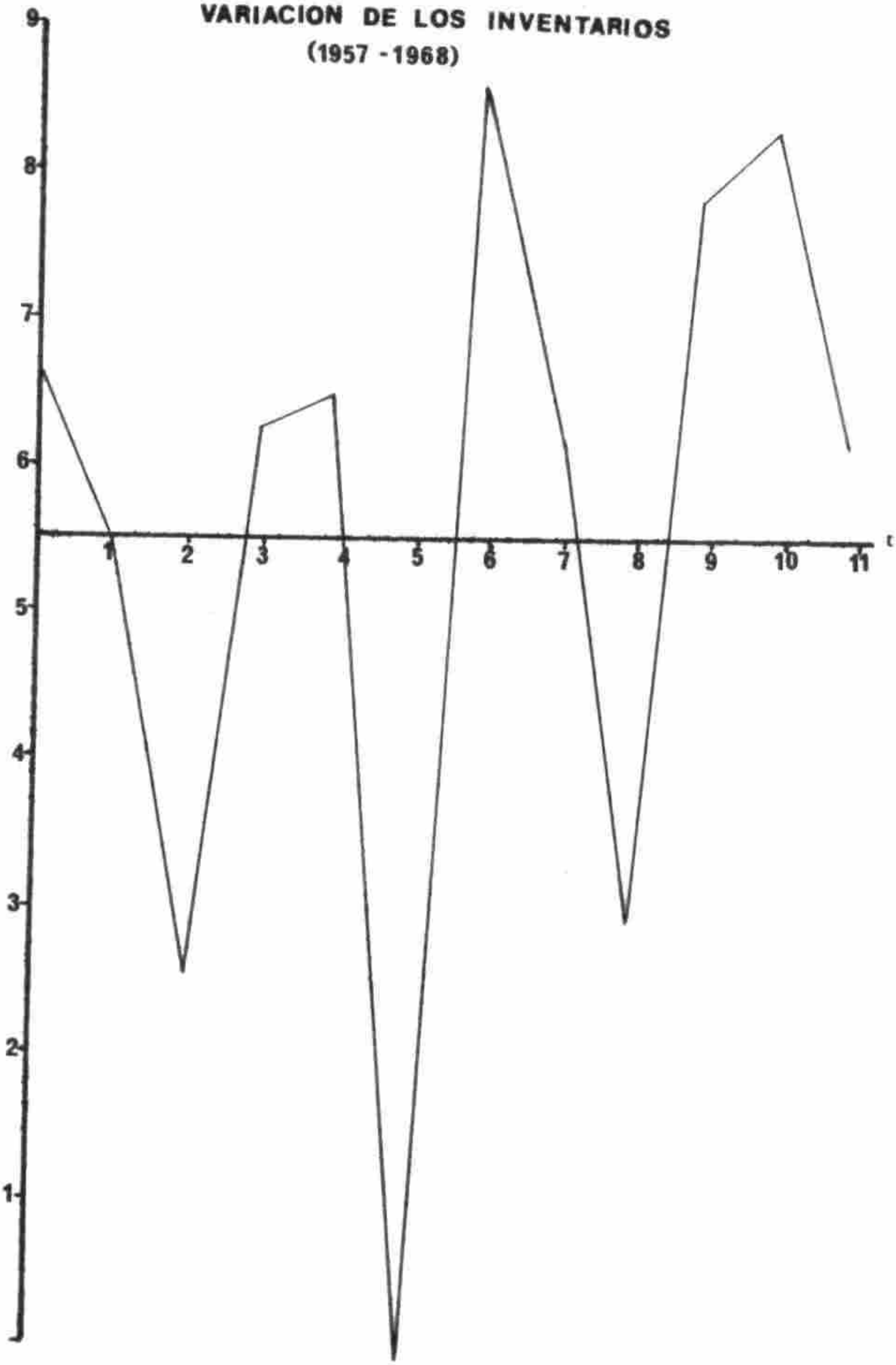

VARIACION DE LOS INVENTARIOS
(1957 - 1968)
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
t

GRAFICO - 2

DESCOMPOSICION ESPECTRAL DE LOS CAMBIOS DEL INVENTARIO

COMPONENTE C_1 : período 12 años, amplitud 3

COMPONENTE C_2 : período 6 años, amplitud 2

COMPONENTE C_3 : período 4 años, amplitud 2.8

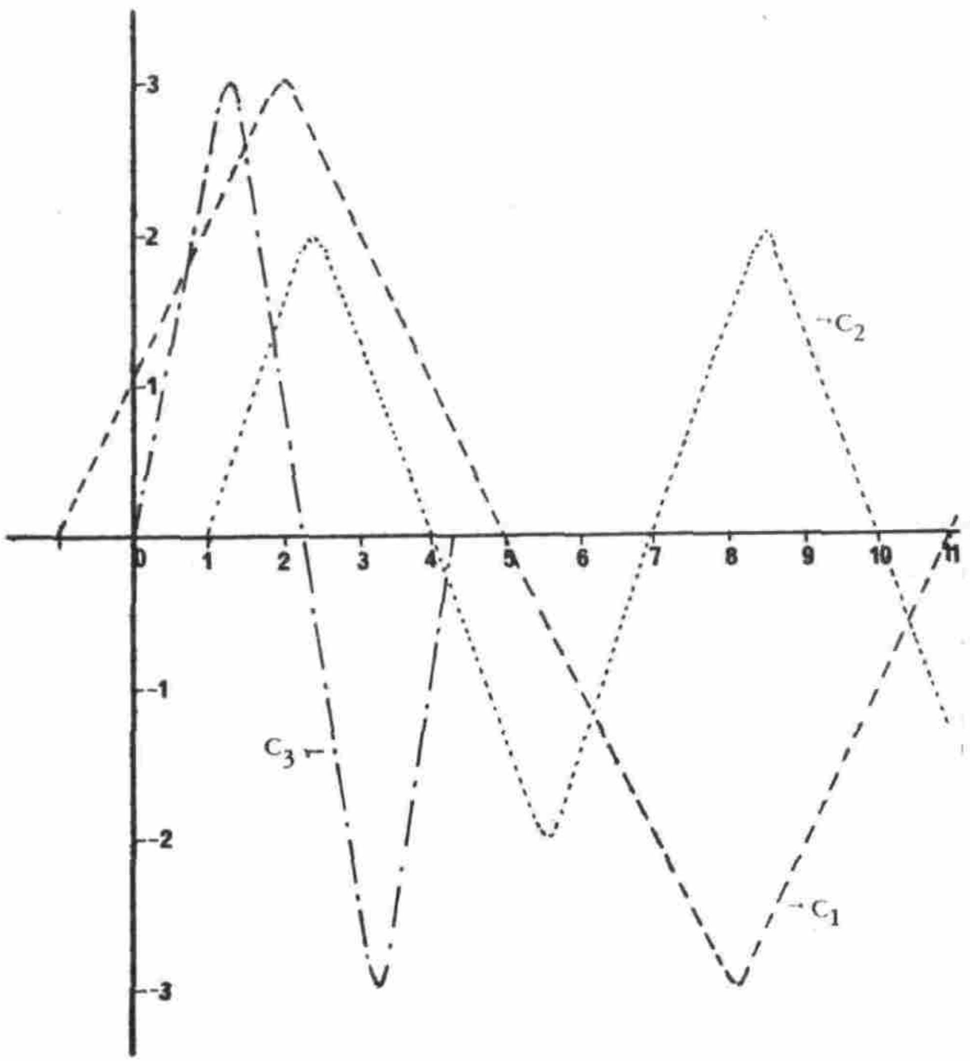


GRAFICO - 3

CALCULO GRAFICO DEL PARAMETRO λ DEL MODELO, POR INTERMEDIO DE LAS VARIABLES AUXILIARES k y ρ