Revista Colombiana de Estadística
Volumen 27 N° 2. Págs. 153 a 177. Diciembre 2004

Laplace: Ensayo filosófico sobre las probabilidades

Alberto Campos*

Resumen

Una lectura del *Ensayo filosófico*. Ideas claves de Laplace: Todo está perfectamente determinado. El azar es ignorancia de cómo están determinados los sucesos. La teoría del azar o cálculo de probabilidades es el cálculo de las posibilidades de algunos sucesos dentro de un conjunto de ellos.

Palabras Claves: *Historia de la probabilidad.*

1. Introducción

Al final del *Ensayo filosófico*, Laplace hace un recuento histórico de sus predecesores. Como introducción al presente trabajo, se hace igualmente una acerca de los personajes mencionados por Laplace y se añaden algunos otros detalles.

En los textos, y también en Laplace, la historia suele comenzar con la correspondencia entre Pascal y Fermat acerca del problema de los partidos. Cabe, sin embargo, mencionar a Cardano, al parecer el primero que intentó matematizar situaciones de los juegos de azar. Es de anotar, además que ha aparecido un grueso volumen en el que se trata de averiguar lo que sucedía al respecto antes de Pascal y Fermat. La referencia es la siguiente:

James *Franklin. The science of conjecture: Evidence and probability before Pascal.* The Johns Hopkins University Press. 2001. Baltimore. 600 pp. $

*Profesor Asociado. E-mail:

22,50. Paper ISBN 080-186569-7. [The Mathematical Intelligencer. Volume 26. Number 1. Winter 2004].

Cardano Gerdamo (1501–1576). Médico, matemático, astrólogo. De sus estudios astrológicos había concluido que no pasaría de 45 años. Predijo que Eduardo VI, de Inglaterra, tendría una larga vida. El rey murió de 16 años, el año siguiente del horóscopo, 1551. Jugando dados, apostó las joyas de su esposa y las perdió. Se preocupó, entonces, por el estudio sistemático del juego; por lo que es considerado como uno de los antecesores del cálculo de probabilidades. Al parecer, publicó una obra (¿la primera?) sobre el cálculo de probabilidades. Predijo su muerte para tres días antes de cumplir 75 años. Llegado el plazo, cesó de comer y murió.

Los primeros elementos del cálculo de probabilidades fueron puestos por Pierre de *Fermat* (1601–1665) y Blaise *Pascal* (1623–1662) a propósito de una consulta que le hiciera a Pascal, M. le Chevalier de Méré. En las *Obras Completas*, de Pascal, figuran tres cartas a Fermat, dos de ellas extensas, escritas la primera el 29 VII 1654, la segunda el 24 VIII 1654, la tercera el 27 X 1654. Ellas y las correspondientes de Fermat hacen un estudio sistemático. Es la "geometría del azar". Escribe Pascal: *"En adelante, estos sucesos hasta ahora rebeldes a la experiencia no pueden ya escapar al imperio de la razón".*

El problema de los partidos consistía en repartir equitativamente la apuesta entre jugadores de la misma destreza que convienen en abandonar el juego pactado, antes de finalizar las partidas. Condición del juego: gana quien primero consigue un determinado número de puntos. El reparto ha de ser proporcional a las respectivas probabilidades de los jugadores para ganar las partidas que faltan ¿cuál es el número de puntos que todavía faltan?

Fermat solucionó el problema con base en combinaciones para un número cualquiera de jugadores; Pascal con base en recurrencias para determinar las posibilidades relativas de cada uno de los jugadores. Para exponer su solución Pascal se vale a fondo del que, por ese motivo, es conocido luego, como triángulo numérico de Pascal, aunque antes ya lo había estudiado un matemático chino, Zhu Shi Jie, 1303, [el mismo que escribió un libro titulado *El precioso espejo de los 4 elementos: el cielo, la tierra, el ser humano y la ecuación*]. Las cartas de Pascal ponen de manifiesto cómo las dos soluciones concuerdan.

Huygens Christian (1629–1695) escribió en 1657, *De ratiociniis in ludo aleæ*, editado por Nicolás Bernoulli. Huygens complementa lo establecido por Fermat y por Pascal, y añade otros resueltos problemas de probabilidades.

Laplace nombra a *Huddes*, y, *Witt* en Holanda; a *Halley* en Inglaterra, preocupados por la aplicación del cálculo de probabilidades a la vida humana.

Witt es mencionado en la correspondencia Leibniz–Bernoulli: Leibnizens Mathematische Schriften herausgegeben von C. I. Gerhard Halle. 1885.

Edmond Halley (1656–1742) publica en 1693 *An estimate of the degrees of the mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslaw.*

Jacques Bernoulli (1654–1705) (Jakob) Propuso diversos problemas y dio las soluciones correspondientes. Es particularmente notable su *Ars conjectandi*, publicado póstumamente, 1713, con un prefacio de su sobrino Nicolás Bernoulli (1687–1759). Además, una disertación: *Lettre à un ami sur les partis du jeu de Paume.*

Contiene:

1. Reimpresión y comentario de la obra de Huygens.
2. Teoría de combinaciones y permutaciones.
3. Soluciones de diversos problemas de juegos de azar.
4. Aplicación de la probabilidad a problemas de economía y moral.

Teorema 1.1 (Bernoulli)**.** (enunciado por Laplace). Multiplicando indefinidamente las observaciones y las experiencias, la relación de los acontecimientos de diversa naturaleza que han de ocurrir se acerca a la de sus posibilidades respectivas dentro de límites cuyo intervalo se va estrechando cada vez más, hasta hacerse menor que cualquier cantidad asignable.

Bernoulli dice que había pensado la demostración de este teorema durante 20 años. Laplace no menciona a Nicolás *Bernoulli* (1687–1759) quien en 1709 escribió *De usu artis conjectandi in jure* interesado como estaba en la aplicación del cálculo de probabilidades a problemas jurídicos.

Otro Nicolás, *Nicolás Bernoulli* (1695–1726) enunció la paradoja de San Petersburgo: Un jugador apuesta para tener el derecho de participar en el partido que sigue: Se lanza una pieza de moneda; si cae cara, el juego termina, si no, el jugador gana y vuelve a jugar. En los lanzamientos sucesivos, si gana, gana el doble cada vez. ¿Cuál es la apuesta máxima que puede aceptar el jugador para ser admitido? La esperanza matemática es infinita. Puede aceptar cualquier suma.

Montmort. Discípulo y amigo de Malebranche. Escribió *Essai sur les jeux de hasard.* Contiene numerosas aplicaciones a juegos; unos propios, otros de Nicolás Bernoulli. Es difícil obtener otros detalles, como el nombre de

Montmort. Al parecer, a pesar de sus pretensiones, su trabajo ha sido eclipsado por el de de Moivre.

Abraham de Moivre (1667–1754). En 1685, sucede la revocación del Edicto de Nantes. Es un peligro para los protestantes como él. Se desplaza a Inglaterra, en 1688. Publica en 1718: *Doctrine of Chances*. En 1711: *De mensura sortis*. Hace una publicación modificada en 1718: *The doctrine of chances or a method of calculating the probabilities of events in play*. Parte de su trabajo culmina en lo que se puede llamar Teorema de Bernoulli–de Moivre–Stirling.

Para Laplace la obra de de Moivre es la más importante antes de la del propio Laplace, sobre cálculo de probabilidades. En los últimos años de su vida, a algunos que le solicitaban esclarecimientos sobre pasajes matemáticos de su obra, Newton respondía: "Pregunten a M. de Moivre; él conoce esas cosas mejor que yo".

Nunca pudo tener una situación aceptable, a pesar de recomendaciones de Newton. Tenía que ganarse la vida respondiendo problemas de jugadores; lo que supone que sus respuestas eran acertadas. Hacia el fin de su vida, comenzó a añadir cada día 15 minutos más de sueño. Cuando completó las 24 horas, murió.

En particular, de Moivre había retomado el teorema de Jacques Bernoulli, sobre las probabilidades de los resultados dados por un gran número de observaciones: *la relación de los acontecimientos que deben ocurrir se aproxima incesantemente a la de sus posibilidades respectivas*. Están involucradas dos relaciones. De Moivre va más allá de Jacques Bernoulli en cuanto la diferencia de las dos relaciones resulta constreñida a ciertos límites.

Laplace destaca entre las ideas originales de de Moivre la de la consideración directa de las probabilidades de los acontecimientos, inferidas de acontecimientos observados. Lo que particularmente hicieron Jacques Bernoulli y de Moivre fue suponer conocidas tales probabilidades.

Como continuación de la tendencia de Jacques Bernoulli, Abraham de Moivre fortalece la tendencia de buscar la probabilidad de que el resultado de los experimentos de posible realización se aproxime a algo previsto.

Laplace menciona *Methodus incrementorum directa e inversa*, 1715, de Brook Taylor (1685–1731). menciona además, sin más detalles, los nombres de Deparcieux, Kersseboom, Wargentin, Dupré de Saint Maure, Simpson, Sulmich, Price y Duvillard añadiendo que aplicaron probabilidades a cuestiones de nacimiento, matrimonios, mortalidad, rentas vitalicias, seguros, etc.

El último personaje citado por Laplace es *Thomas Bayes* (1702–1761), inglés, discípulo de de Moivre. Fue uno de los primeros en interesarse en la *inferencia estadística*, es decir, en la estimación a priori de los parámetros de una población estudiada. Confecciona una fórmula para las probabilidades de las causas.

Póstumamente, 1763, aparece *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*. Es una insistencia en la probabilidad de que las posibilidades indicadas por experiencias ya hechas se hallen comprendidas dentro de ciertos límites. O de otra manera, la probabilidad de las causas y de los acontecimientos futuros es inferida de acontecimientos observados.

Laplace destaca las ideas anteriores así como el hecho de que él ha dado un paso más al considerar la influencia de las desigualdades que pueden existir entre las posibilidades.

Laplace advierte que siguiendo sendas como las señaladas, fue conducido al cálculo de las diferencias finitas parciales y a la teoría de las funciones generatrices, la cual, lo afirma igualmente Laplace: "se adapta por sí misma con la mayor generalidad a las cuestiones de probabilidades más difíciles".

Ahora se puede mirar con más detalle el decurso de la vida de Laplace.

2. Pierre Simon, marquis de Laplace. Astrónomo, físico, matemático

El 23 III 1749 nació Laplace en Beaumont–en–Auge (Calvados) Francia, hijo de un granjero normando. Estudió en una academia militar de su región.

En 1767, Laplace (de 18 años) viajó a París. Trató de obtener una recomendación de D'Alembert, interponiendo recomendaciones. No hubo respuesta.

Laplace escribió entonces una carta a D'Alembert en la cual expone los principios de la mecánica como él mismo la concebía. D'Alembert le respondió: "Señor, usted ha visto que no he hecho caso de sus recomendaciones. No necesita de ellas. Usted llega mejor solo". Por recomendación de D'Alembert, obtiene Laplace un puesto en la Escuela Militar, de Paris.

Laplace dio muestras rápidamente de su capacidad científica. Entre 1770 y 1773 presentó 13 memorias sobre temas diversos: la adaptación del cálculo integral a soluciones de ecuaciones diferenciales, la expansión de soluciones de ecuaciones diferenciales de una variable en series recurrentes, los determinantes, el cálculo de probabilidades, etc...

"Nunca había recibido esta Academia de un candidato tan joven en tan breve tiempo tantos importantes trabajos sobre temas tan variados y difíciles" (Escribió Condorcet, secretario de la Academia).

Entre 1782 y 1784, Laplace adelantó una investigación con Antoine Laurent de Lavoisier (1743–1794) acerca de las medidas calorimétricas.

Algunas investigaciones más son las siguientes:

Elipsoides homogéneos y atracción.
Ecuación diferencial, llamada luego, de Laplace cuyas soluciones son las funciones armónicas.
Ecuaciones diferenciales para las que introduce la transformación que lleva su nombre.
Capilaridad.
Electromagnetismo.
Transformación adiabática de un gas.

En 1773, a sus 24 años, enuncia categóricamente que las distancias medias entre los planetas y el Sol son invariables salvo ligeras variaciones periódicas. Entre 1784 y 1787, logró demostrar que no eran más que perturbaciones periódicas que dependían de la ley de la atracción[1].

Un juicio de valores seguro es el de su casi contemporáneo, Denis Poisson (1781–1840), quien, también físico matemático, investigaba en los mismos dominios y escribe: "Laplace se ha mostrado un hombre de genio en la mecánica celeste; él es quien ha dado muestras de la más penetrante sagacidad para descubrir las causas de los fenómenos; él es, asimismo, quien ha hallado la causa de la aceleración del movimiento de la Luna y la de las grandes irregularidades de Júpiter y Saturno que Euler y Lagrange habían buscado infructuosamente"[2].

Fue llamado el Newton francés. Las anomalías que Newton había advertido en los movimientos de Júpiter y Saturno, habían inducido a Newton a pensar en la hipótesis de la providencia para corregirlas.

Laplace mostró, ya está escrito un poco antes, que las anomalías eran resultado de la interacción gravitatoria y que ellas acababan compensándose. Similarmente sobre una aparente aceleración en el movimiento de la Luna mostró que era un fenómeno de autorrectificación.

En 1783 fue recibido en la Academia de Ciencias. En 1785, presentó examen a Laplace un alumno de la Escuela Militar, llamado Napoleón Bonaparte (1769–1821). En 1789, al estallar la Revolución Francesa, no se pronuncia Laplace por ningún campo.

---

[1] (*Ensayo Filosófico*. p. 83. Nota).
[2] *Ensayo Filosófico*. p. 15.

Laplace, como el conde Joseph Louis Lagrange (1736–1813), sobrevivió a la Revolución Francesa; no así, por ejemplo, Marie Jean Antoine Nicolás de Caritat, marquis de Condorcet (1743–1794), quien, condenado a muerte, se suicidó en prisión; o, como Lavoisier, quien fue guillotinado.

Laplace fue nombrado profesor en la Escuela Politécnica y en la Escuela Normal Superior de Paris, creadas en 1794 y 1795. Fue nombrado en la comisión para la reforma de pesos y medidas. Fue nombrado ministro del interior por Napoleón.

Napoleón, en Santa Helena, dice acerca de Laplace, ministro del Interior durante 6 meses: "Un matemático de primera fila, se reveló rápidamente como un mediocre administrador; desde sus primeros actos vimos que nos habíamos engañado. Laplace enfocaba las cuestiones desde su verdadero punto de vista; encontraba sutilezas por todas partes; tenía tan solo ideas dudosas y finalmente llevó a la administración el espíritu de lo infinitamente pequeño".

Bell comenta, con malicia, que el sucesor de Laplace, fue uno de los hermanos de Napoleón.

En 1796, Laplace publicó una obra maestra *Exposition du système du Monde*, especie de visión programática más que técnica de su obra posterior. Especialmente notable en ella es la formulación de la hipótesis cosmogónica (pensada ya unos años antes por Kant) según la cual el sistema solar provendría de una "nebulosa primitiva" que envolvería un núcleo fuertemente condensado y con temperatura muy elevada, en rotación alrededor de un eje; el enfriamiento de las capas externas junto con la rotación del conjunto habría generado en el plano ecuatorial de la nebulosa "anillos sucesivos" que conformarían posteriormente los planetas y satélites; en cuanto al núcleo central, aumentando su velocidad se habría convertido en el Sol.

El astrónomo, matemático y físico inglés James Hopwood Jeans (1877–1946) mostró inexactitudes en la presentación de Laplace y elaboró una teoría catastrófica que supone la fragmentación de filamentos de materia arrancados al Sol por fuerzas de marea para completar su explicación del sistema solar.

Entre 1798–1825 publicó Laplace la *Mécanique Céleste* en cinco volúmenes una especie de Almagesto de la época, en opinión de su coetáneo el barón Joseph Fourier (1768–1830). En 1799 aparecieron dos volúmenes; entre 1802 y 1805 fueron elaborados otros dos volúmenes; y uno último entre 1823 y 1825.

En 1799, Laplace entra al Senado y en 1803 es Vicepresidente del Senado. En 1806, Napoleón otorga a Laplace el título de Conde del Imperio. En 1812 publicó *Théorie analytique des probabilités*, un extenso estudio cuyas ideas principales compendió en la obra *Essai philosophique des probabilités*, 1814, en la que los temas son explicados retóricamente, es decir, sin fórmulas matemáticas. El artículo que el lector tiene entre sus manos tiende al entendimiento del *Ensayo Filosófico*.

Al caer Napoleón, Laplace se declara por Luis XVIII, quien lo hace marqués y par de Francia.

Como para Newton, para Laplace la matemática es un instrumento en el descubrimiento científico; pero la esencia de éste está en la naturaleza misma. También, como Newton, para resolver problemas de física, Laplace dispone de genio matemático.

Bell es particularmente crítico con Laplace. Es un excelente físico matemático pero sus cálculos son embrollados. Abusa del "il est aisé de voir" (es fácil ver que).

Habría que poner a un lado a Fourier, Laplace, y, Poisson y del otro a Lagrange si se trata de la profundidad y de la exactitud, así haya quienes consideren a Laplace superior a Lagrange porque Laplace fue capaz de mostrar al sistema solar como una gigantesca máquina en perpetuo movimiento.

Bell igualmente enrostra a Laplace su ansia de títulos, su deseo de brillar por todas partes, su flexibilidad política. Bell pone un subtítulo a cada uno de sus 29 biografiados. Su tirria con Laplace se echa de ver en el que dio a su noticia sobre la vida de Laplace: "De campesino a presumido".

En la *Mécaniqne Céleste*, Laplace hace una síntesis de los trabajos de Newton, Halley, Clairaut, Euler y D'Alembert, a los que él va a agregar poco a poco sus grandes contribuciones. El tema central es el de las consecuencias del principio de la gravitación universal que aparece como una ley fundamental del universo. Todo parece perfectamente determinado. Es la convicción expuesta en un pasaje de Laplace, citado más adelante.

Laplace no comparte la creencia de Condorcet en el progreso indefinido de la mente humana. Condorcet, escribió en prisión, su obra principal *Esquisse d'un tableau des progrés de l'esprit humain.* Condorcet, dice el Petit Robert, estaba convencido del desarrollo indefinido de las ciencias y de que el progreso intelectual y moral de la humanidad podría ser asegurado mediante la educación bien orientada. Había propuesto, dos años antes, 1792, un proyecto de reforma de la instrucción pública. Sabía de qué hablaba.

Hay, en Laplace, una fuerte contraposición entre su concepción mecanicista o determinista del mundo, por una parte, y por otra, las posibilidades de que el ser humano pueda acceder a ese conocimiento. A lo más que puede aspirar es a un conocimiento probable. Ahí parece estar la motivación profunda para sus frecuentes investigaciones sobre la probabilidad, a la cual, había dedicado ya sus meditaciones en los primeros años 70. Parte del tipo de investigación de Bayes que trata de calcular posibilidades para ciertas líneas de acontecimientos sobre los que se han hecho muchas observaciones.

Frente a algunas certidumbres como las logradas en astronomía, los demás sucesos aparecen como fortuitos. “Para el ser humano hay muchas cosas que son inciertas y algunas que son poco más o menos probables. En vista de la imposibilidad de conocerlas todas, he tratado de compensar esto determinando distintos grados de apariencia, de suerte que debemos a la debilidad de la mente humana una de las más delicadas e ingeniosas teorías matemáticas: la ciencia del azar (“chance”) o probabilidad”.

Laplace había resuelto los problemas que se le habían presentado a sus antecesores, mediante una comprensión más profunda que hacía ver que una especie de compensación eliminaba lo que no parecía bien determinado en los movimientos dentro del sistema solar. Eso podría dar la esperanza de que si se lograra conocer el fondo de los acontecimientos podría igualmente eliminarse el acaso donde aparezca. Para Laplace, eso no es posible; sin embargo, Laplace intenta aportar un paliativo con el cálculo de probabilidades. Prácticamente su consigna es: no hay azar, hay ignorancia.

A este respecto es revelador el episodio de Laplace con el Emperador. A propósito de la *Mécanique Céleste*, Napoleón dice a Laplace: “Habéis escrito este enorme libro sobre el sistema del mundo sin mencionar una sola vez al autor del universo”. A lo cual responde Laplace: “Sire, no he tenido necesidad de esa hipótesis”. El comentario que habría esperado Napoleón es dado por Lagrange: “Ah, pero es una bella hipótesis. Explica muchas cosas”. Napoleón da a entender que ha leído lo que había sido publicado; posiblemente, los cuatro primeros volúmenes.

Así, pues, la contraposición en el pensamiento de Laplace entre un riguroso determinismo de absolutamente todos los sucesos, comprehensible únicamente por una superinteligencia hipotética y “la debilidad de la mente humana”, para la que aparece como azar todo lo que está perfectamente determinado, conducen a Laplace a un desarrollo avanzado del cálculo de probabilidades en dos obras. Una extensa, *Théorie analytique des probabilités*, 1812, y una especie de compendio, *Essai philosophique sur les probabilités*, 1814, que es, en realidad, el desarrollo de una lección en la Escuela Normal, 1795, según escribe Laplace en el párrafo introductorio del *Ensayo Filosófico* y añade: “Lo que aquí voy a hacer es exponer, sin el auxilio del análisis, los principios y resultados generales de esta teoría, aplicándolos a los problemas más importantes de la vida, la mayor parte de los cuales no son sino problemas de probabilidad"[3].

Pasa enseguida a concretar el concepto de probabilidad: "Todos los acontecimientos, incluso aquellos que por su insignificancia parecen no atenerse a las grandes leyes de la naturaleza, no son sino una secuencia tan necesaria como las revoluciones del Sol. Al ignorar los lazos que los unen al sistema total del universo, se los ha hecho depender de causas finales o del azar, según que ocurrieran o se sucedieran con regularidad o sin orden aparente, pero estas causas imaginarias han ido siendo descartadas a medida que se han ido ampliando las fronteras de nuestro conocimiento, y desaparecen por completo ante la sana filosofía que no ve en ellas más que la expresión de nuestra ignorancia de las verdaderas causas"[4].

La edición española destaca en una nota (p. 24) la exposición de la concepción probabilista del conocimiento enfrentada a la determinista de la naturaleza. Y cita de las obras completas de Laplace la tajante aseveración: "La palabra azar (chance) solo expresa nuestra ignorancia de las causas de los fenómenos que observamos que ocurren y se suceden sin ningún orden aparente. La probabilidad es relativa en parte a nuestra ignorancia y en parte a nuestro conocimiento".

Laplace destaca el encadenamiento de los sucesos: "Los acontecimientos actuales mantienen con los que le preceden una relación basada en el principio evidente de que una cosa no puede comenzar a existir sin una causa que la produzca. Este axioma, conocido con el nombre de principio de razón suficiente, se extiende incluso a las acciones más indiferentes"[5].

Se pueden hacer diferentes glosas a la aseveración laplaciana. Una, por ejemplo, acerca de la evidencia del principio. Su primer formulador, Leibniz, intentó diversos enunciados, sin que haya llevado su claridad más allá de la penumbra. Parecía querer contraponerlo al principio de no contradicción, fundamento de las verdades de razón (y de ello hay rastros en Kant, educado filosóficamente por leibnizianos); el principio de razón suficiente explicaría las verdades de hecho leibnizianas.

La evidencia del principio, proclamada por Laplace, puede ser una especie de antirreflejo de la necesidad de explicación que los seres humanos raciocinantes buscan desde los griegos. Más que una causa definida hay un cúmulo de circunstancias dentro de las cuales la iniciativa es mínima.

Laplace menciona, enseguida, los efectos sin causa y lo que Leibniz deno-

---

[3] p. 23.
[4] p. 24.
[5] p. 25.

minaba el azar ciego de los epicúreos; así como "la ilusión del espíritu que, perdiendo de vista las fugaces razones de la elección de la voluntad en las cosas indiferentes, se persuade de que ella se ha determinado por sí misma y sin estar movida por nada"[6].

Según Spinoza, también una piedra que cae, si tuviera conciencia, creería caer por su propia determinación.

Viene, luego en el *Ensayo Filosófico*, uno de los pasajes más célebres de Laplace: "Hemos de considerar el estado actual del universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del que ha de seguirle". "Una inteligencia que un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, si además fuera lo suficientemente amplia como para someter a análisis tales datos, podría abarcar en una sola fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los del átomo más ligero; nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos"[7].

De esta inteligencia hipotética el ser humano tiene un lejano conocimiento, gracias a lo que se ha hecho en astronomía, pero ineluctablemente estará siempre alejado de ella. "El espíritu humano ofrece, en la perfección que ha sabido dar a la astronomía, un débil esbozo de esta inteligencia. Sus descubrimientos en mecánica y geometría, junto con el de la gravitación universal, le han puesto en condiciones de abarcar en las mismas expresiones analíticas los estados pasados y futuros del sistema del mundo".

"Aplicando el mismo método a algunos otros objetos de su conocimiento, ha logrado reducir a leyes generales los fenómenos observados y a prever aquellos otros que deben producirse en ciertas circunstancias". "Todos sus esfuerzos por buscar la verdad tienden a aproximarlo continuamente a la inteligencia que acabamos de imaginar, pero de la que siempre permanecerá infinitamente alejado"[8].

Laplace recuerda cómo diversos fenómenos eran considerados un tiempo como extraordinarios y trataban de ser conjurados mediante súplicas inútiles. Por ejemplo, Halley establece que el cometa de los años 1531, 1607, 1682 retornará 76 años más tarde. Así comienza a cumplirse la predicción de Séneca: "Llegará el día en que, gracias a un estudio continuo durante varios siglos, las cosas actualmente ocultas se presentarán con toda evidencia, y la posteridad se asombraría de que verdades tan palpables hayan escapado a nuestra

[6] p. 25.
[7] p. 25.
[8] pp. 25–26.

comprensión"[9].

Laplace reafirma sus principios: "La regularidad que la astronomía nos muestra en el movimiento de los cometas tiene lugar en todos los fenómenos". Hay casi lirismo en la siguiente afirmación de Laplace: "La curva descrita por una simple molécula de aire o de vapor está determinada de una forma tan exacta como las órbitas de los planetas"[10].

De nuevo interviene la ignorancia que no reconoce el parentesco de tales conocimientos. El paliativo es la teoría del azar. Laplace precisa en qué consiste ésta, precisión que se convertirá en el concepto general hasta nuestros días: "La teoría del azar consiste en reducir todos los acontecimientos del mismo tipo a un cierto número de casos igualmente posibles, es decir, tales que estemos igual de indecisos respecto a su existencia, y en determinar el número de casos favorables al acontecimiento cuya probabilidad se busca. La proporción entre este número y el de todos los casos posibles es la medida de esta probabilidad, que no es, pues, más que una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador el de todos los posibles". Se añade la suposición de que "si se hace crecer en la misma proporción el número de casos favorables y el de todos los casos posibles, la probabilidad se mantiene idéntica"[11].

¿Qué tan cerca está la probabilidad de la certeza? "Cuando todos los casos son favorables a un acontecimiento, su probabilidad se convierte en certeza y su expresión resulta igual a la unidad"[12].

Laplace hace mención de la propagación de los errores que "en tiempos de ignorancia han cubierto la faz de la Tierra", debido a "la influencia de la opinión de aquellos que la muchedumbre considera más preparados y en quienes suele depositar su confianza en lo que se refiere a los asuntos más importantes de la vida". Por ejemplo, la astrología. Un principio didáctico: "Enseñemos a los que no consideramos suficientemente instruidos, pero no sin antes examinar rigurosamente nuestras propias opiniones y sopesar con imparcialidad sus probabilidades respectivas"[13].

Una prevención: "La teoría de las probabilidades obedece a consideraciones tan delicadas que no es raro que, partiendo de los mismos datos, dos personas lleguen a resultados distintos"[14].

---

[9] p. 27.
[10] p. 27.
[11] p. 28.
[12] p. 29.
[13] p. 30.
[14] p. 31.

3. Principios generales del cálculo de probabilidades

Lavoisier es el iniciador de la química contemporánea.

Es posible que Laplace haya pensado en desempeñar un papel similar respecto del cálculo de probabilidades. Él reconoce, sin embargo, que Pascal y Fermat han establecido principios y métodos para someter al cálculo las relaciones de las probabilidades favorables o contrarias a los jugadores en los juegos más simples.

Su *Ensayo Filosófico* entra en materia enunciando los principios generales del cálculo de probabilidades. Son 10.

Primer principio. Definición de probabilidad, es a saber, la razón entre el número de casos favorables y el de todos los casos posibles.

Segundo principio. Los distintos casos son igualmente posibles. Si no lo son, habría que determinar primero sus posibilidades respectivas. La probabilidad será la suma de las posibilidades de cada caso favorable.

Tercer principio. Las probabilidades aumentan o disminuyen debido a las combinaciones mutuas. Si los eventos son independientes, la probabilidad es el producto de las probabilidades particulares. En general, la probabilidad de que dadas las mismas circunstancias, un evento simple se repite un número dado de veces es igual a la probabilidad de dicho evento simple elevada a la potencia indicada por dicho número. Laplace se explaya aquí en consideraciones que desbordan el cálculo de probabilidades.

Un hecho transmitido por 20 testigos es una situación comparable con la desaparición de la nitidez de los objetos por la interposición de varias placas de vidrio. En historia hay que considerar una degradación de la probabilidad de los hechos cuando se los contempla a través de un gran número de generaciones sucesivas.

Cuarto principio. Cuando dos eventos dependen uno de otro, la probabilidad del evento compuesto es el producto de la probabilidad del primero por la probabilidad de que, habiendo sucedido éste, tenga lugar el otro.

Quinto principio. Si se calculan a priori la probabilidad de un evento acaecido y la de un evento compuesto de éste y de otro que se espera, la segunda probabilidad dividida por la primera constituirá la probabilidad del evento esperado, inferida del observado.

Laplace introduce, en seguida, una gran cuestión: “Se presenta aquí la cuestión, debatida por algunos filósofos, relativa a la influencia del pasado sobre la probabilidad del futuro".

Laplace comenta con hechos. Si aparece *cara* con más frecuencia que *sello*, puede ser porque la moneda está cargada. En la conducta de la vida, la dicha constante es una prueba de habilidad. Por la inestabilidad de las circunstancias, el pasado no puede arrojar mucha luz sobre el futuro.

Sexto principio. Laplace hace una extensa exposición sobre un principio conocido como la "regla de Bayes" que Bayes había formulado en 1763. Según nota en la edición que leo, Laplace se ocupó en diversas oportunidades de esta regla de Bayes que considera el fundamento por el que los acontecimientos regulares se atribuyen a una causa concreta.

"Cada una de las causas a la que puede atribuirse un acontecimiento observado se halla indicada con una verosimilitud tanto mayor cuanto más probable sea que ocurra el acontecimiento si se supone existente dicha causa. La probabilidad de la existencia de cualquiera de estas causas es, pues, una fracción cuyo numerador es la probabilidad del acontecimiento resultante de la causa en cuestión y cuyo denominador es la suma de las probabilidades semejantes relativas a todas las causas. Si estas distintas causas, consideradas a priori, son desigualmente probables, entonces, en lugar de la probabilidad del acontecimiento resultante para cada causa, debemos emplear el producto de dicha probabilidad por la de la causa misma. Este es el principio fundamental de la rama del análisis del azar que consiste en remontarse de los acontecimientos a las causas".

Luego de discurrir sobre diversos casos de cara o sello, señala Laplace: "La conclusión que debemos sacar de aquí es que la probabilidad de la constancia de las leyes de la naturaleza es para nosotros superior a la de que la cosa de que se trate no deba tener lugar, siendo infinitamente superior a la de los hechos históricos mejor verificados".

Admitir una suspensión de las leyes de la naturaleza, apoyándose en relatos de sucesos contrarios a estas leyes, merma la credibilidad. Pero lo que disminuye la credulidad de los hombres instruidos suele aumentar la del vulgo.

Laplace dedica varias páginas para hablar de Pascal y de Racine, "dos grandes hombres del siglo de Luis XIV". "Entristece ver" cómo ceden a la opinión dominante y dan crédito a una narración absurda, relativa a un milagro.

Por otra parte, Laplace se ocupa de la "apuesta de Pascal" o argumento pascaliano en favor de las ventajas que encierra el apostar por la existencia de Dios.

He aquí la argumentación de Pascal. "Si ganáis, ganáis todo; si perdéis, no perdéis nada, puesto que existe el mismo riesgo de ganancia que de pérdida, si no tuvieseis que ganar más que dos vidas por una, todavía podríais apostar; pero si hubiese tres vidas que ganar, habría que jugar y seríais imprudente, ya que estáis obligados a jugar, no arriesgando vuestra vida por ganar tres en un juego en el que hay la misma probabilidad de perder que de ganar. Pero hay una eternidad de vida y de felicidad. Y, siendo así, aunque hubiere una infinidad de posibilidades de las que una sola estuviere a vuestro favor, seguiríais teniendo razón en apostar una para ganar dos, y, obraríais erróneamente, estando obligado a jugar, no queriendo arriesgar una vida contra tres en un juego en el que de una infinidad de probabilidades solo hay una a vuestro favor si hubiere una infinidad de vida infinitamente feliz para ganar. Pero hay aquí una infinidad de vida infinitamente feliz para ganar; una probabilidad de ganar contra un número finito de probabilidades de perder, y lo que jugáis es finito. Esto suprime todo término medio: donde esté lo infinito y donde no hay infinidad de riesgos de perder contra el de ganar, no hay que vacilar, hay que arriesgarlo todo... Nuestra propuesta tiene una fuerza infinita, dado que se pone lo finito en juego en el que hay tantas posibilidades de ganar como de perder y lo infinito por ganar. Esto es demostrativo; y si los seres humanos son capaces de alguna verdad, esta es una".

Es curioso ver cómo Pascal, después de haberse ocupado del aspecto de juego propio de las costumbres mundanas convierte la teoría del azar en un argumento en favor de sus acendradas creencias.

Laplace comenta que este argumento se basa en el número infinito de vidas dichosas prometidas y que el cálculo hace ver que la probabilidad es en realidad nula; para el cual se vale de uno de sus ejemplos favoritos con urnas.

Séptimo principio. "La probabilidad de un acontecimiento futuro es la suma de los productos de la probabilidad de cada causa, extraída del acontecimiento observado, por la probabilidad de que, en caso de que exista dicha causa, el acontecimiento futuro tenga lugar".

Habiendo salido el sol ininterrumpidamente durante cinco mil anos, es decir, 1 826 213 días, cada 24 horas, se puede apostar 1 826 214 contra uno a que saldrá también mañana.

Esperanza matemática. "En general, esperanza expresa la ventaja del que espera un bien cualquiera dentro de suposiciones que solo son probables". En la teoría del azar, es el producto de la suma esperada por la probabilidad de obtenerla. Es la suma parcial que ha de ser restituida, cuando no se quieren correr los riesgos del evento, suponiendo que el reparto se haga proporcionalmente a las probabilidades.

Octavo principio. Cuando la esperanza matemática depende de varios acontecimientos se la obtiene tomando la suma de los productos de la probabilidad de cada acontecimiento.

Noveno principio. "En una serie de acontecimientos probables, de los cuales unos producen un beneficio u otros una pérdida, se obtendrá la ventaja resultante, sumando los productos de la probabilidad de cada acontecimiento favorable por el beneficio que produce y restando de esta suma la de los productos de la probabilidad de cada acontecimiento desfavorable por la pérdida asignada a él. Si la segunda suma supera a la primera, el beneficio se convierte en pérdida y la esperanza se transforma, en temor".

En comentario a su noveno principio, Laplace se refiere al "problema de San Petersburgo" tratado ya por Nicolás y por Daniel Bernoulli. Alguien juega a cara o sello con la condición de recibir dos unidades monetarias si obtiene cara en la primera jugada, cuatro si no obtiene cara sino en la segunda, ocho si solo en la tercera,... Por el octavo principio, su apuesta ha de ser igual al número de jugadas, de suerte que si la partida prosigue hasta el infinito, su apuesta ha de ser infinita. Nadie estaría dispuesto a exponer semejante cantidad. La pregunta es: ¿De dónde proviene esta diferencia entre el resultado del cálculo y lo que dice el sentido común? Bernoulli introduce el concepto de que la ventaja moral que un bien procura no es proporcional a dicho bien. Una unidad monetaria tiene mucho más valor para el que solo tiene 100 que para el millonario. En el beneficio esperado hay que distinguir valor absoluto y valor relativo. No es posible enunciar reglas generales para el valor relativo.

Décimo principio. El valor relativo de una suma infinitamente pequeña es igual al valor absoluto dividido por el bien total de la persona interesada. Todo ser humano posee un cierto bien cuyo valor nunca puede suponerse nulo. Aquel que no posee nada confiere a su existencia un valor por lo menos equivalente a lo que le es absolutamente necesario para vivir.

Laplace deriva el comentario del décimo principio hacia lo que denomina esperanza moral, siguiendo la línea de los Bernoulli. En una nota, el editor apunta que los economistas, siguiendo a los Bernoulli y a Laplace, han introducido lo que denominan utilidad marginal.

Hasta aquí los enunciados que Laplace pone como fundamento a su concepción del cálculo de probabilidades. Se ocupa en seguida de los *métodos analíticos del cálculo de probabilidades* para desarrollar tales principios. Se citan a continuación algunas aseveraciones interesantes de Laplace.

"La forma más general y directa de resolver las cuestiones de probabilidad consiste en hacerlas depender de ecuaciones diferenciales". Laplace discurre sobre cómo una partida de tres jugadores podría estudiarse mediante una ecuación de diferencias finitas ordinarias y luego el caso para resolver por una ecuación de diferencias parciales. Además menciona la solución, que para dos jugadores que suspenden un juego, proponía Pascal a Fermat.

La edición española, pp. 54–55, cita una notable apreciación de un especialista del siglo XIX: "Un problema relativo a los juegos de azar, propuesto a un austero jansenista por un hombre de mundo, ha sido el origen del cálculo de probabilidades" (Poisson). Y otra más, en el mismo sentido, de otro tratadista, George Boole (1815–1864) "El problema que el Caballero de Méré (un afamado jugador) propuso al solitario de Port Royal (cuando todavía no se había visto apartado de los intereses de la ciencia por la contemplación, mucho más absorbente, de la "grandeza y miseria humanas") fue el primero de una larga serie de problemas destinado a dar origen a nuevos métodos de análisis matemático y a rendir un valioso servicio en las cuestiones prácticas de la vida".

Las dos citas anteriores muestran por qué cabe destacar que Pascal se haya ocupado de un problema de juego, que este haya sido origen del cálculo de probabilidades, y que Pascal la haya hecho girar hacia su enfermizo misticismo.

Laplace entra en el terreno de la historia de la matemática al mencionar diversas creaciones de Fermat: subtangentes de las curvas, puntos de inflexión, máximos y mínimos, funciones racionales, centros de gravedad de los sólidos de revolución, refracción de la luz.

Como D'Alembert y Lagrange (según nota de la edición del *Ensayo Filosófico*) Laplace atribuye a Fermat la invención del cálculo diferencial pero menciona explícitamente el mérito que corresponda, según Laplace, a Newton, a Leibniz y a Descartes.

Al final del mismo parágrafo acerca de los métodos analíticos del cálculo de probabilidades (p. 67) Laplace menciona sus propias contribuciones especialmente en lo concerniente a integrales definidas singulares. Tales contribuciones reciben en conjunto el nombre de "cálculo de funciones generatrices", fundamento de su obra, 1812, sobre teoría de probabilidades.

Laplace alude a la inducción y la analogía como medios descubrimientos, con la advertencia de que "sin embargo, siempre es conveniente confirmar con demostraciones directas los resultados obtenidos por estos distintos medios". Ya había sido anotada la crítica que se hace a los textos demostrativos de Laplace por darle mucha cabida a la intuición.

En un parágrafo acerca de *las leyes de la probabilidad que resultan de la multiplicación indefinida de los acontecimientos*, Laplace considera que "en medio de las causas variables y desconocidas agrupadas bajo el nombre de azar que tan incierta e irregular hacen la marcha de los acontecimientos, se aprecia, a medida que se multiplican, una notable regularidad que parece obedecer a un designio y que se ha considerado como una prueba de la providencia que gobierna el mundo. Pero si uno reflexiona sobre ello, enseguida se da cuenta de que esta regularidad no es más que el desarrollo de las respectivas posibilidades de los acontecimientos simples, los cuales tienen que presentarse más a menudo cuando son más probables".

Esta aseveración saca a la superficie una de las vetas profundas del *Ensayo Filosófico*: Todo está determinado. Se habla de azar por ignorancia de cómo están determinados los acontecimientos.

Laplace señala que el teorema de Bernoulli, ahora conocido como "ley de los grandes números", conforme con el buen sentido era difícil establecer analíticamente, como lo asegura su mismo creador, Jacques Bernoulli.

El enunciado de una consecuencia del teorema, anotada por Laplace, permite comprender el teorema mismo: "Las relaciones de los efectos de la naturaleza son prácticamente constantes cuando dichos efectos, se consideran en un gran número. Así, pese a las variedades anuales, la suma de las producciones obtenidas durante un gran número de años, es prácticamente la misma, de tal manera que el ser humano, con una útil previsión, puede precaverse contra la irregularidad de las estaciones, distribuyendo en todas las épocas por igual los bienes que la naturaleza prodiga de forma desigual".

Otro tipo de sucesos obedece a un patrón análogo: relación entre nacimientos anuales y la población, entre casamientos y nacimientos. El número de cartas no distribuidas por errores en las direcciones cambia poco por año. La acción de las causas regulares y constantes, a la larga, ha de prevalecer sobre la de las causas irregulares.

De nuevo, una mirada hacia lo moral. "Como las probabilidades favorables y numerosas van constantemente vinculadas a la observancia de los principios eternos de la razón, su justicia y humanidad que constituyen el fundamento y sostén de las sociedades, en la conducta, resulta sumamente ventajoso conformarse a esos principios y desventajoso apartarse de ellos".

Laplace va más allá, hacia el dominio de lo que se llama geopolítica, al parecer, aludiendo a sucesos recientes del imperio napoleónico: "En medio de las diversas causas que extienden o reducen el ámbito de los distintos estados, los límites naturales, al actuar como causas constantes, han de acabar prevaleciendo siempre. De ahí que sea igual de importante para la estabilidad que para el bienestar de los imperios el que no se los extienda más allá de los límites a los que se ven incesantemente abocados por la acción de esas causas, igual que las aguas de los mares, agitadas por violentas tempestades, son devueltas a su cauce por la acción de la gravedad".

Una observación para las guerras de independencia en la América hispana: "Es contrario a la naturaleza de las cosas que un pueblo sea gobernado eternamente por otro separado de él por un vasto mar o una gran distancia. Se puede afirmar que, a la larga, esta causa constante, en continua unión con las causas variables que actúan en el mismo sentido y que el curso del tiempo desarrolla, acabará por adquirir la suficiente fuerza como para restituir al pueblo sometido su independencia natural o para vincularlo a un estado poderoso contiguo a él".

Los párrafos anteriores someten diversos sucesos a un enfoque de largo alcance que son un argumento para que el Ensayo lleve el calificativo de Filosófico.

Un poco más adelante anota Laplace que la relación entre nacimientos de niños y de niñas difiere muy poco de la unidad. La preocupación de Laplace por los temas demográficos fue muy grande, anota la editora, desde los primeros años setenta cuando el astrónomo comenzó su actividad investigativa; y continúa en 1814, como lo atestiguan diversas páginas del *Ensayo Filosófico.*

Algunos han aducido el que se haya registrado más nacimientos de niños que de niñas en París y Londres, como prueba de la providencia; tal prueba es para Laplace, un ejemplo del abuso que tan frecuentemente se ha hecho de las causas finales. Las fuerzas constantes que animan a los elementos en todas las combinaciones de la naturaleza establecen modos regulares de acción y de cambio. Los fenómenos que más parecen depender del azar, al multiplicarse, manifiestan una tendencia a aproximarse incesantemente a relaciones fijas.

Laplace culmina este parágrafo acerca de las leyes de la probabilidad que resultan de la multiplicación indefinida de los acontecimientos, con el enunciado de la *ley general de la probabilidad de los resultados indicados por un gran número de observaciones*: "La integral tomada entre unos límites dados, y dividida por la misma integral extendida al infinito tanto positivo como negativo, expresaría la probabilidad de que la discrepancia de la verdad esté comprendida entre dichos límites".

En el parágrafo (82–97) acerca del *cálculo de probabilidades, aplicado a la investigación de los fenómenos y de sus causas* , hay algunas reflexiones dignas de ser destacadas. Es prudente suspender un juicio frente a lo que todavía no se conoce. "Estamos tan lejos de conocer todos los agentes de la naturaleza y sus diferentes tipos de acción que no sería muy filosófico negar los fenómenos por el hecho de que en el estado actual de nuestros conocimientos resulten inexplicables".

Por el mismo estilo "en las instituciones humanas influyen tantas causas imprevistas, ocultas o inapreciables, que resulta imposible juzgar a priori los resultados de las mismas".

Una instrucción para la práctica: "Es muy importante que en cada rama de la administración pública haya un registro minucioso de los efectos que han producido los diversos medios de los que se ha hecho uso. Apliquemos a las ciencias políticas y morales el método, basado en la observación y el cálculo que tan útil nos ha sido en las ciencias naturales". Según nota de la editora, p. 35, este párrafo de Laplace figura en el volumen II de *Sur l'homme et le développment de ses facultés. Essai de physique social* de una obra donde Quételet trata de hacer realidad la sugerencia de Laplace que era uno de los deseos de Condorcet. También Poisson se expresa en el mismo sentido. Era, de seguro, una idea que estaba en el aire dado que Comte la realiza en su sociología.

Laplace muestra cómo ha servido el cálculo de probabilidades a la astronomía. El propio Laplace halló la causa de las grandes irregularidades de Júpiter y Saturno.

Laplace anota un acierto metodológico, "La enorme dificultad de los problemas relativos al sistema del mundo ha obligado a los geómetras a acudir a aproximaciones que siempre dejan la duda de que las cantidades dejadas de lado tengan una influencia apreciable. Cuando las observaciones les han llamado la atención sobre esta influencia, han vuelto sobre su análisis, y, al rectificarlo, han hallado siempre la causa de las anomalías observadas, han determinado sus leyes y, muchas veces, se han adelantado a la observación descubriendo irregularidades todavía no indicadas por ella. Así, pues, se puede decir que la propia naturaleza ha contribuido a la perfección de las teorías basadas en el principio de la gravitación universal, lo que, en mi opinión, constituye una de las pruebas más importantes de la verdad de este admirable principio".

Según la nota 22, Laplace considera el principio de la gravitación universal como "la ley más incontestable de toda la ciencia física". Laplace hace muchas menciones de cómo ha servido el cálculo de probabilidades a la astronomía.

En el parágrafo (97–102) acerca de *los medios que es preciso elegir entre los resultados de un gran número de observaciones* lo más digno de destacar es el enunciado que hace Laplace del principio de los mínimos cuadrados. Tal principio es la culminación de indagaciones realizados sucesivamente por matemáticos como Daniel Bernoulli, Euler, Gauss, Legendre y Laplace. Los observadores y los instrumentos de observación adolecen de errores que el cálculo de probabilidades permite reducir.

"Si se toman las diferencias entre el resultado medio de todas las medidas y cada una de ellas, el error medio que sobre este resultado cabe esperar en más o en menos, es una fracción cuyo numerador es 1a raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de tales diferencias, y el denominador, el producto del número de medidas por la raíz cuadrada de la relación de la circunferencia con el radio".

Del parágrafo acerca de *las tablas de mortalidad, de la duración media de la vida, de los matrimonios y de asociaciones cualesquiera* (102–109) solo se destacan aquí, por lo curiosos, algunos resultados de Laplace.

"Si se divide la suma de los años de vida de todos los individuos inscritos en una tabla de mortalidad por el número de tales individuos y si de este cociente se resta un semestre, se obtendrá la duración media de la vida, que vemos es de veintiocho años y medio, aproximadamente". "No es en el momento del nacimiento cuando la duración media de la vida es mayor, sino cuando se ha escapado a los peligros de la primera infancia; entonces, es de unos cuarenta y tres años".

Al final del parágrafo, Laplace se ocupa de temas discutidos por esos años debido al célebre ensayo de T. H. Mathus, 1798, *Essay on the principle of population*, según el cual la población aumenta, si no se la frena, en progresión geométrica, en tanto que la oferta de alimentos solo crece en progresión aritmética.

Para Laplace todo depende de la facilidad o de la dificultad para roturar el suelo con el fin de procurarse alimentos. Si las roturaciones son raras, "el crecimiento de la población disminuye, aproximándose continuamente al estado variable de las subsistencias, en torno al cual oscila, de forma parecida al modo en que un péndulo, cuyo punto de suspensión se mueve con un movimiento retardado, oscila entorno a ese punto debido a su peso".

Del parágrafo acerca de *los beneficios que dependen de la probabilidad de los acontecimientos* (109–113) se citan:

"Con la repetición de un acontecimiento ventajoso, simple o compuesto, el beneficio real se va haciendo cada vez más probable y aumenta continuamente. En la hipótesis de un número infinito de repeticiones alcanza la certeza, y si se lo divide por su número, el cociente o beneficio medio de cada acontecimiento constituye la esperanza matemática misma, o la ventaja relativa al acontecimiento. Y lo mismo ocurre con la pérdida que, por desventajoso que sea el acontecimiento, a la larga se convierte en segura".

"Este teorema sobre los beneficios y las pérdidas es análogo a los que antes hemos dado acerca de las relaciones que indica la repetición indefinida de acontecimientos simples o compuestos y, como ellos, prueba que la regularidad acaba por establecerse hasta en las cosas más subordinadas a eso que llamamos azar".

Es la tesis que informa todo el *Ensayo Filosófico*: todo está perfectamente determinado; hablar de azar es no conocer cómo es la determinación.

En una nota, 31, se lee que Halley, de Moivre, Daniel Bernoulli contribuyeron en demografía y en estudios de seguros, pero que el verdadero fundador de la actuaría fue J. Graunt, gracias al estudio de las listas de mortalidad, con motivo de la peste que asoló a Inglaterra, 1665.

Hay un parágrafo acerca de *las elecciones y de las decisiones de las asambleas* (113–117). Una nota advierte que, aunque Laplace no lo mencione, fue Condorcet, quien llamó la atención sobre este tema en su "*Essai sur l'application de l'analyse a la probabilité des decisions rendues a la pluralité des voix*", 1785. Laplace no parece muy entusiasmado con el tema: "Es difícil distinguir e incluso definir el deseo de una asamblea en medio de la variedad de opiniones de sus miembros". Los romanos se manifestaban más francamente acerca de sus senadores: "Los senadores son buenos señores, el senado es un animal".

Laplace había apuntado un poco antes, sin mucha precisión: "Los sabios tienen muchas ocasiones de observar que las primeras impresiones suelen llevar a engaño y que lo verdadero no siempre es verosímil".

El antepenúltimo parágrafo trata de *las ilusiones en la estimación de las probabilidades.* Hay reflexiones particularmente interesantes. "El espíritu tiene sus ilusiones lo mismo que el sentido de la vista, y del mismo modo que el tacto corrige las de éste, la reflexión y el cálculo corrigen las de aquel. La probabilidad fundada en la experiencia cotidiana, o exagerada por el temor y la esperanza, nos impresiona más que una probabilidad superior que solo sea un simple resultado del cálculo".

Adelante habrá más glosas sobre las loterías. Por ahora, van unas pullas para adictos a la astrología. "La coincidencia de algunos acontecimientos extraordinarios con las predicciones de astrólogos, adivinos y agoreros, con los sueños, con los números y días que tienen fama de dichosos o de desdichados, ha dado lugar a un cúmulo de prejuicios todavía muy extendidos. No se piensa en el gran número de no-coincidencias que no han causado la menor impresión o que se ignoran. Sin embargo, lo único que puede darnos la probabilidad de las causas a las que se atribuyen las coincidencias es únicamente la relación entre unas y otras".

Viene, en seguida, una observación muy pertinente, que debiera repetirse a diario, por lo menos, para tener en cuenta la reacción de los creyentes, dado que, cualquiera sea la instrucción que reciban, nunca dejarán de serlo: Un "filósofo de la antigüedad al que mostraban, en un templo, para exaltar el poder del dios que allí se adoraba todos los ex voto de aquellos que se habían salvado del naufragio por haberlo invocado, hacía una pregunta conforme al cálculo de probabilidades interesándose por el número de personas que, pese a esta invocación, habían perecido".

Laplace cavila luego sobre los aficionados al juego. "Es, sobretodo, en el juego donde un gran cúmulo de ilusiones mantiene la esperanza y la sostiene incluso contra las probabilidades desfavorables. La mayoría de los que juegan a la lotería no saben cuántas probabilidades tienen a su favor y cuántas le son contrarias. A todos les espantaría, de llegar a conocerlo, el gran número de apuestas que se pierden; sin embargo, se tiene buen cuidado, en cambio, en dar una gran publicidad a las ganancias".

Laplace aclara que un número que no ha aparecido en una lotería no aparecería forzosamente en el próximo juego. Y que es una ilusión creer que se puede ganar apostando cada vez a un mismo número. "Dada la forma en que se realiza la mezcla de números en la lotería, el pasado no tiene ninguna influencia sobre el futuro".

"Las salidas más frecuentes de un número no son más que anomalías del azar: he sometido algunas de ellas al cálculo y me he encontrado con que están comprendidas dentro de los límites que permite admitir con toda verosimilitud la suposición de una misma posibilidad de salida de todos los números".

El científico Laplace se vuelve más irónico con la crítica siguiente: "El sentimiento por el que el hombre se ha colocado a sí mismo durante tanto tiempo en el centro del universo, considerándose como objeto de especiales cuidados por parte de la natura1eza, lleva a cada individuo a convertirse en el centro de una esfera más o menos grande y a creer que el azar tiene preferencias hacia él".

Laplace menciona una de las consultas que el Caballero de Meré hace a Pascal y el comentario que figura en una de las cartas de Pascal a Fermat cuando dice del Caballero "tiene mucho talento, pero no es un geómetra; esto es, como sabéis, un gran defecto".

Laplace critica a Daniel Bernoulli y a Leibniz acerca de la solución que ellos habían dado a un problema. Toma aparte a Leibniz: "Así fue, como Leibniz creyó ver la imagen de la creación en su aritmética binaria, en la que no empleaba más que dos caracteres: el cero y la unidad. El pensó que la unidad podía representar a Dios, y el cero, la nada, y que el Ser Supremo había sacado de la nada todos los seres, de igual modo a como la unidad, junto con el cero, expresa en ese sistema todos los números. Esta idea a Leibniz le gustó tanto que hizo partícipe de ella al jesuita Grimaldi, presidente del tribunal de matemáticas en China, en la esperanza de que este emblema de la creación convertiría al cristianismo al que por entonces era emperador, a quien gustaban especialmente las ciencias. Si refiero esto es únicamente para mostrar hasta que punto los prejuicios de la infancia pueden extraviar a los más grandes hombres". Así ha mostrado Laplace lo inconsecuentes que son los seres humanos al no tener en cuenta las consecuencias del cálculo de probabilidades.

En el penúltimo parágrafo, Laplace se ocupa de *las diversas formas de acercarse a la certeza* (125–131). Hace inicialmente una anotación metodológica: "La inducción, la analogía, las hipótesis basadas en los hechos y continuamente corregidas por nuevas observaciones, un tacto afortunado donado por la naturaleza y fortalecido por numerosas comparaciones de sus indicaciones con la experiencia, tales son los principales medios para llegar a la verdad".

Laplace da demasiada importancia a la inducción. El teorema del binomio y el principio de la gravitación universal se los debería Newton a la inducción. Las relaciones y leyes más elementales son las más comunes, sería la base de la inducción. Laplace mezcla las fórmulas del análisis, los fenómenos naturales, la cristalización, las combinaciones químicas como verificación del principio básico de inducción. "Semejante simplicidad de relaciones no nos resultará sorprendente si tenemos en cuenta que todos los efectos de la naturaleza no son otra cosa que los resultados matemáticos de un pequeño número de leves inmutables".

Laplace está reafirmando su determinismo y haciendo manifiesta una filosofía de la ciencia bastante sencilla. No obstante, parece dar un paso atrás al darse cuenta de que la inducción solo pone en camino; apela a la historia de la ciencia para argumentarlo: "Sin embargo, la inducción, si bien ayuda a descubrir los principios generales de las ciencias, no basta para establecerlos con rigor. Siempre hace falta confirmarlos con demostraciones o experiencias decisivas, pues la historia de las ciencias nos muestra que la inducción ha llevado a algunos resultados inexactos".

Cita los números de Fermat en contrario. Efectivamente, la inducción de las ciencias físico químicas y naturales no es apropiada para la matemática, la cual dispone de su peculiar principio de recurrencia. Laplace no debería haber mezclado "demostraciones" (en el sentido matemático) con "experiencias decisivas" (no apropiadas para la matemática, sino para las otras ciencias).

Laplace recuerda como el canciller Bacon hizo un extraño uso de la inducción para probar la inmovilidad de la Tierra. "Dio el precepto para la búsqueda de la verdad, pero no el ejemplo".

En diversos pasajes, Laplace hace mención del principio de la gravitación universal; "al haberse comprobado su existencia para todos los cuerpos del sistema solar y para las más insignificantes moléculas de los mismos, ese poder parece pertenecer a toda la materia".

Para concluir, escribe Laplace: **"Se ve por este Ensayo que la teoría de las probabilidades, en el fondo, no es otra cosa que buen sentido reducido a cálculo".**

Por esta frase de Laplace, habría escrito Polya: "No puede ignorarse el hecho histórico de que el cálculo de probabilidades fue considerado por Laplace y muchos otro eminentes científicos como la expresión de las reglas de inferencia plausibles".

Bibliografía

Bell, E. T. (1937), *Los grandes matemáticos (Desde Zenón a Poincaré). Su vida y sus obras*, Losada. Buenos Aires. Ver pp. 207 - 219. Capítulo XI. Laplace.

de Laplace, P. S. (1814), *Ensayo filosófico sobre las posibilidades*, Ediciones Altaya. Traducción, introducción y notas: Pilar Castillo. Barcelona. 1995. Colección Grandes obras del pensamiento.

Petit, R. (n.d.), *Dictionnaire universel des noms propres*, Le robert. Paris.