
Estudio y simulación de las deformaciones corticales asociadas a la variación del campo gravitacional, usando redes neuronales artificiales

YAQUELINE FIGUEREDO BÁEZ

RAMIRO DÍAZ

Grupo de Investigación en Geofísica, Universidad Nacional de Colombia,

e-mail: ramdiaz@unal.edu.co

RESUMEN

Para este trabajo se utilizaron dos estrategias de procesamiento: la computación neuronal y la computación convencional. En la computación convencional, la base matemática para la simulación es la teoría mecánica del medio continuo, mediante la cual se obtiene un algoritmo evolutivo en función de la estimación de un tiempo evolutivo, que permite la simulación de modelos que muestran las deformaciones de la corteza en términos de variaciones geométricas, de tal manera que estas deformaciones se pueden utilizar para el cálculo de las anomalías gravitacional y magnética a través del método de Talwani. La computación neuronal asimila las neuronas biológicas como elementos de proceso, que en el problema de inversión se asumen como información gravimétrica e información magnética, siendo procesadas en una red neuronal artificial con arquitectura Hopfield y en una red neuronal artificial con estructura cluster.

PALABRAS CLAVE: CAMPO GRAVITACIONAL, RED NEURONAL, DEFORMACIÓN, CORTEZA

ABSTRACT

This work is development with two strategies of processing: the neural computation and the conventional computation. In the conventional computation the mathematical base for the simulation is the theory mechanic of the continuum medium, by means of which an evolutionary algorithm is obtained in function of the evolutionary time estimated; that allows the simulation of models that showing the deformations of the crust in terms of geometric variations. These deformations can be used for the calculation of the gravity anomaly and magnetic anomaly through the method of Talwani. The neural computation assimilates the biological neurons as process elements that are assumed as the gravity information and the magnetic information in the inverse problem, being processed in a Neural Network Artificial with architecture Hopfield and in a Neural Network Artificial with structure cluster.

KEYWORDS: GRAVITY FIELD, NEURAL NETWORK, STRESS, CRUSTAL

INTRODUCCIÓN

El desarrollo matemático en la computación convencional está basado en la teoría del medio continuo aplicada a un medio espacial homogéneo e isotrópico estratificado, con comportamiento viscoso newtoniano, que genera un algoritmo de evolución (para un sistema no comprimido y para un sistema comprimido horizontalmente), permitiendo la simulación de las deformaciones de la corteza, asociadas tanto a la variación del campo gravitacional como a la variación del campo magnético, utilizando para ello el método de Talwani.

No obstante, el desarrollo directo del algoritmo evolutivo no se puede asimilar en el problema de inversión, limitándose la evolución a instantes de tiempo, en los que se mide la anomalía gravitacional o magnética; por tanto, para acelerar la convergencia y evitar la inestabilidad en el problema de inversión de los datos de gravedad y magnetismo se utiliza el problema inverso probabilístico en la teoría de redes neuronales artificiales (RNA) con arquitectura Hopfield y con estructura cluster.

Manuscrito recibido para evaluación el 30 de mayo de 2003.

Artículo aceptado para publicación por el Comité Editorial el 30 de octubre de 2003.

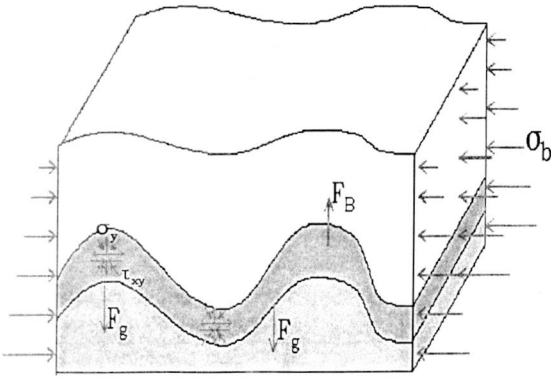


Figura 1. Fuerzas tectónicas y de flotabilidad en una región de tipo dinámico.

DEFORMACIONES CORTICALES CONSIDERANDO LA GRAVEDAD

La mecánica de la deformación en una región de tipo dinámico está controlada por fuerzas tectónicas y de flotabilidad (Porth, 1998); véase figura 1:

1. Los esfuerzos compresivos σ_b : actúan en la frontera de la región y se transmiten al interior, controlados por propiedades reológicas, propiedades mecánicas de la roca y por el empuje del fluido sobre el que flota (principio de Arquímedes).
2. La fuerza de gravedad F_g : actúa sobre las masas (rocosas o magmáticas) con el fin de controlar la estabilidad del sistema (o región), debido a que la suma de los esfuerzos de frontera estáticos y dinámicos igualan la fuerza de gravedad (Hans, 1981).
3. Esfuerzos internos normales σ_y y de cizalla τ_{xy} , debidos al arrastre viscoso y la deformación elástica dentro del sistema.
4. Fuerza de flotabilidad F_B : resulta de las diferencias de densidad. Para el estudio de un modelo estratificado (figura 2), las ecuaciones de velocidad en el caso del movimiento de perturbaciones sinusoidales en el plano x, y , se plantean a partir del potencial de flujo Ψ , considerando que cada capa tiene un espesor h_i y la longitud de onda de la perturbación λ se mide en la dirección x (Hans, 1981).

Las velocidades que dan solución al bilaplaciano del potencial de flujo ψ son:

$$u(x, y) = \begin{bmatrix} A \exp(wy) + B \exp(-wy) \\ + Cy \exp(wy) \\ + Dy \exp(-wy) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$v(x, y) = \begin{bmatrix} A \exp(wy) - B \exp(-wy) \\ + C \left(y + \frac{1}{w} \right) \exp(-wy) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Los coeficientes A, B, C y D se expresan en términos de las velocidades de amplitud en las fronteras superior e inferior de la

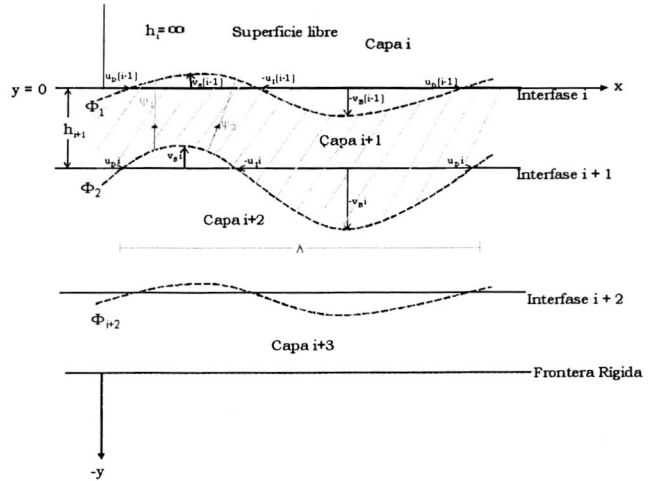


Figura 2. Sistema de tipo dinámico estratificado donde se observa la relación de velocidades para un flujo bidimensional.

capa (Hans, 1981) y la frecuencia angular ω , en donde $\omega = 2\pi/\lambda$ y λ es la longitud de onda.

Las ecuaciones de movimiento de un fluido viscoso que reflejan el efecto de las fuerzas de presión y de gravedad son (Hans, 1981):

$$\sigma_y = 2\mu \epsilon_y - p \quad (3)$$

en donde ϵ_y es la rata de cambio de la deformación longitudinal, μ es el coeficiente de viscosidad y p es la presión litostática.

$$\tau_{xy} = \mu \gamma_{xy} \quad (4)$$

γ es la rata de cambio de la deformación de cizalla.

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

Las ecuaciones de difusión relacionan la presión con las componentes de la velocidad (u, v), μ , densidad (ρ) y la gravedad (g).

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \quad (7)$$

En el caso de un sistema comprimido horizontalmente, las ecuaciones de esfuerzo normal y de cizalla se complementan con el esfuerzo compresivo paralelo a la capa σ_b (figura 1).

Para que el esfuerzo σ_b supere la rigidez del medio, se requiere que éste alcance un cierto límite que depende de las condiciones elastomecánicas del medio (Hans, 1981).

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{Eh\rho g}{3(1-\nu^2)}} \quad (8)$$

E es el modulo de Young y ν la relación de Poisson.

Las condiciones de continuidad para un modelo estratificado con “ n ” interfaces flexibles y “ $(n+1)$ ” capas, son:

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \tau_{21} && \text{Interfase 1} \\ \sigma_{11} &= \sigma_{21} \\ \tau_{22} &= \tau_{32} && \text{Interfase 2} \\ \sigma_{22} &= \sigma_{32} \\ & && \vdots \\ \tau_{nn} &= \tau_{(n+1)n} && \text{Interfase } n \\ \sigma_{nn} &= \sigma_{(n+1)n} \end{aligned} \quad (9)$$

Al solucionar el sistema de ecuaciones (9) en función de la amplitud de deformación \bar{y} se obtiene:

Para un sistema no comprimido horizontalmente:

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(k_1 q_1 t) \\ \exp(k_2 q_1 t) \\ \vdots \\ \exp(k_n q_1 t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Para un sistema comprimido horizontalmente:

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp\left[k_1 \left(\frac{\sigma_R}{\mu_R}\right) t\right] \\ \exp\left[k_2 \left(\frac{\sigma_R}{\mu_R}\right) t\right] \\ \vdots \\ \exp\left[k_n \left(\frac{\sigma_R}{\mu_R}\right) t\right] \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde $q_i = \frac{\rho_i - \rho_{(i+1)}}{2\mu_{(i+1)}} h_{(i+1)} g$ (12)

k representa los valores propios, c_{ij} son los vectores propios y R indica el valor de referencia.

Se debe destacar que el sistema de ecuaciones (10) y (11) permite relacionar la deformación con el tiempo de evolución de la misma; por tanto la variable t se considera como un estimador de evolución, que permitirá reconstruir paso a paso el proceso de deformación.

El acortamiento de la longitud de onda para un sistema comprimido horizontalmente es función de k , σ , μ , t , \bar{y}_0 , y se expresa mediante la siguiente relación (Hans, 1981):

$$\ln\left(\frac{\lambda_f}{\lambda_0}\right) = -\pi^2 \left(\frac{\bar{y}_0}{\lambda_0}\right)^2 \left[\exp\left(2k\left(\frac{\sigma}{\mu}t\right) - 1\right) \right] + \frac{\sigma}{4\mu} t \quad (13)$$

Donde $\frac{\sigma}{\mu} t = \frac{\ln 10}{k - \frac{1}{4}}$ (14)

Simulación numérica del movimiento de las interfaces

Una deformación se considera como el cambio de la forma del cuerpo producido por el desplazamiento en sus interfaces.

La función de potencial de flujo Ψ , para un sistema no comprimido horizontalmente, está en función del potencial de flujo inicial, el valor propio k (relacionado a la longitud de onda dominante), la relación de densidades q_i y el tiempo de evolución de la deformación t .

$$\begin{aligned} \psi &= \bar{\psi} e^{-kq_i t} \\ \psi &= \sum_{j=0}^{\infty} (a_j \cos w_j x + b_j \text{sen} w_j x) e^{-kq_j t} \end{aligned} \quad (15)$$

Mientras que la función potencial de flujo ψ , para un sistema comprimido horizontalmente, está en función del potencial de flujo inicial $\bar{\Psi}$, la relación esfuerzo compresivo-viscosidad (σ_r/μ_r) de la capa que se selecciona como capa de referencia a partir de la cual se calculan las máximas amplitudes de deformación (relación vectores propios) en las otras capas

$$\begin{aligned} \psi &= \bar{\psi} e^{-k \frac{\sigma_r}{\mu_r} t} \\ \psi &= \sum_{i=0}^{\infty} (a_i \cos w_i x + b_i \text{sen} w_i x) e^{-k \frac{\sigma_r}{\mu_r} t} \end{aligned} \quad (16)$$

donde a_n , b_n , son los coeficientes de la serie discreta de Fourier.

ENTRENAMIENTO DE UNA RED HOPFIELD, Y DE UNA RED NEURONAL CLUSTER BASADAS EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO PROBABILÍSTICO

En el primer caso, se implementa una red neuronal artificial con arquitectura Hopfield, estructurada sobre un sistema de entrenamiento supervisado (Figueredo y Díaz, 2002) basado en la formulación probabilística para la solución del problema inverso no lineal; esto implica un procesamiento iterativo y alternado (red con arquitectura Hopfield) de los dos problemas (para el campo gravitacional y para el campo magnético). En el segundo caso, se utiliza una arquitectura tipo cluster, basada también en el sistema de entrenamiento supervisado con un procesamiento iterativo pero simultáneo (procesamiento en paralelo) de los dos problemas.

Formulación probabilística del problema inverso no lineal

Solucionar el problema de inversión en geofísica, significa determinar los parámetros m de un modelo que describe un sistema físico S , a partir de relaciones teóricas de los valores de los parámetros del modelo con los valores reales observables d (datos) sobre S . Una buena solución depende de la combinación del estado de la información de los datos, los parámetros y las leyes físicas. Por tanto, en este desarrollo estocástico se deben involucrar las incertidumbres de estos tres estados de la información, asumiendo una distribución de probabilidad gaussiana (Tarantola, 1987). Los procesos iterativos siguen una distribución gaussiana, donde cada iteración es un cambio de densidad de probabilidad (Cortijo, 2000).

De acuerdo con las consideraciones anteriores, la ecuación de actualización es (Mosegaard y Tarantola, 2000):

$$m_{n+1} = m_n + \left(G_n^T C_D^{-1} G_n + C_M^{-1} \right)^{-1} \left(G_n^T C_D^{-1} (d_{obs} - g(m_n)) - C_M^{-1} (m_n - m_{priori}) \right) \quad (17)$$

G es la matriz jacobiana

$$C_D = \epsilon^2 I$$

C_D es la matriz covarianza de los datos.

$$\epsilon^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (d_j - \bar{d})^2 \quad (18)$$

La matriz covarianza de los parámetros C_M está definida como:

$$C_M = \epsilon^2 (G^T G)^{-1} \quad (19)$$

(Menke, 1989).

Optimización basada en la arquitectura de la red Hopfield

La arquitectura Hopfield corresponde a una red neuronal artificial monocapa (figura 3) en la que cada neurona de la red se encuentra conectada a todas las demás (conexiones laterales) pero no consigo misma. Utiliza el entrenamiento no supervisado para desarrollar tareas de optimización, que representen la evolución de un sistema físico (Kari, 2002).

Optimización basada en la estructura de cluster

El uso de la estructura cluster (figura 4), que se caracteriza por su procesamiento paralelo, permite acelerar la convergencia mediante la ponderación de los coeficientes de correlación (entrenamiento supervisado) entre los datos observados y los calculados para cada una de las anomalías.

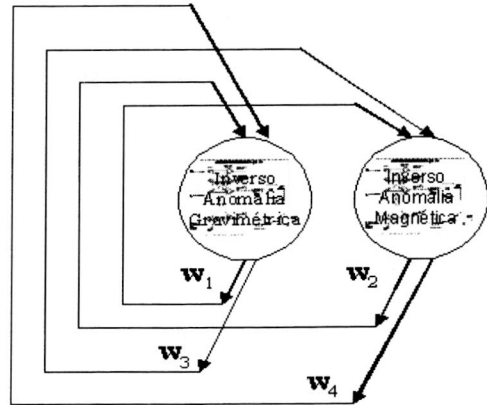
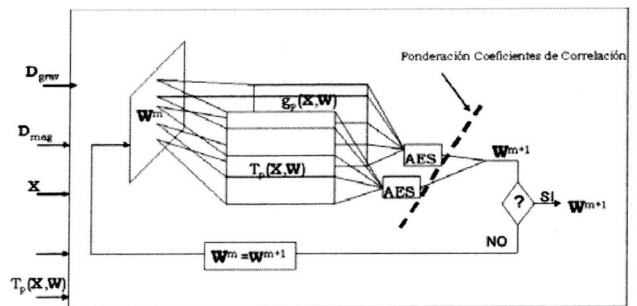


Figura 3. Arquitectura de la red Hopfield, w representa los pesos (parámetros) en el entrenamiento.



AES: Algoritmo de entrenamiento Supervisado

Figura 4. Estructura cluster para dos fuentes de información (información gravimétrica e información magnética).

MODELOS NUMÉRICOS

Ejemplo de un sistema no comprimido horizontalmente

Con este ejemplo se muestran los resultados obtenidos para un modelo no comprimido horizontalmente, estratificado de tres capas con dos interfases (figura 5).

Los resultados obtenidos fueron:

- Longitud de onda dominante: $\lambda = 15840$ m
- Valor propio: $k = 2.1048 \times 10^{-2}$
- Amplitud máxima, interfase 1: $\bar{y}_1 = 1512$ m
- Amplitud máxima, interfase 2: $\bar{y}_2 = 1584$ m
- Tiempo estimado para alcanzar la estabilidad: $t = 47$ millones de años.
- Velocidad normal promedio: $v = 0.003$ cm/año.

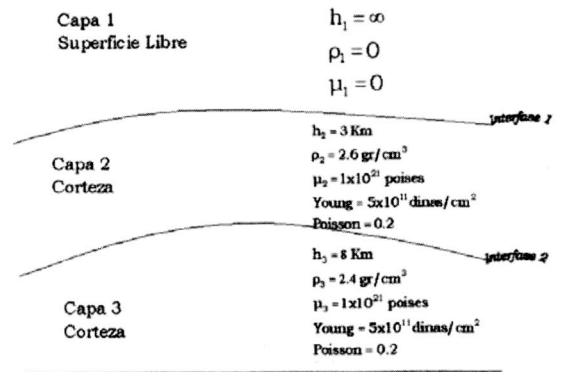
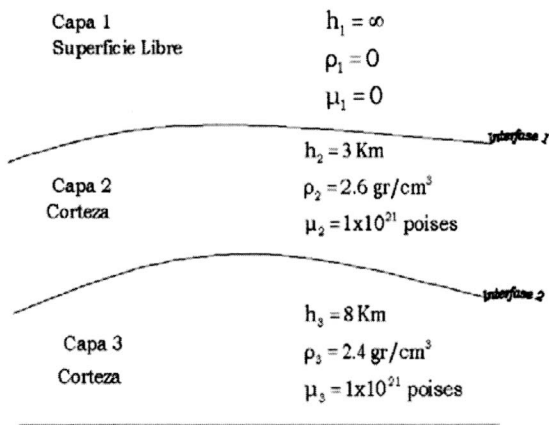


Figura 5. Modelo 1, muestra la distribución de los parámetros físicos en cada una de las capas.

Figura 7. Modelo 2; muestra la distribución de los parámetros físicos en cada una de las capas.

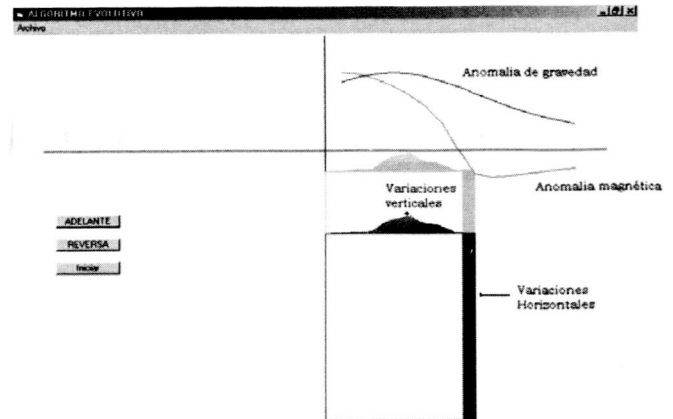
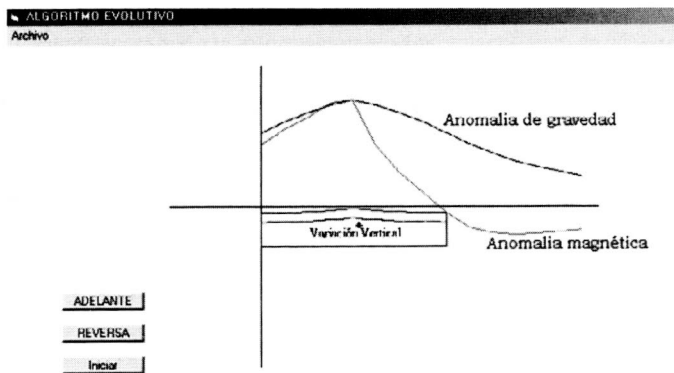


Figura 6. Simulación para el modelo 1, desarrollada en Visual Basic.

Figura 8. Simulación para el modelo 2, desarrollada en Visual Basic.

En este modelo las variaciones promedio en la anomalía gravitacional y magnética son de $0.0012 \mu\text{gals/año}$ y 0.608 Teslas/año .

Modelo comprimido horizontalmente

En este modelo se involucran esfuerzos compresivos que superan la rigidez del medio, y se calculan teniendo en cuenta el módulo de Young y la relación de Poisson (figura 7), que generan un cambio geométrico en las interfases.

Los resultados obtenidos fueron:

- Longitud de onda dominante: $\lambda = 17360 \text{ m}$
- Acortamiento longitud de onda 7,99%
- Valor propio: $k = 3.803 \times 10^{-2}$
- Amplitud máxima, interfase 1: $\bar{y}_1 = 1516 \text{ m}$
- Amplitud máxima, interfase 2: $\bar{y}_2 = 1736 \text{ m}$

- Tiempo estimado para alcanzar la estabilidad: $t = 556000 \text{ años}$.
- Velocidad normal promedio: $v = 0.3 \text{ cm/año}$

En este modelo se observa una mayor deformación, y por tanto una mayor variación en las anomalías gravitacional y magnéticas del orden de $0.4706 \mu\text{gals/año}$ y $0.0019354 \text{ gauss/año}$.

Desarrollo de un modelo para el problema de inversión

En este caso se utilizó un modelo de difícil convergencia, de tal manera que el problema inverso probabilístico ayudado por la red de arquitectura Hopfield y la estructura cluster ayuda a la convergencia.

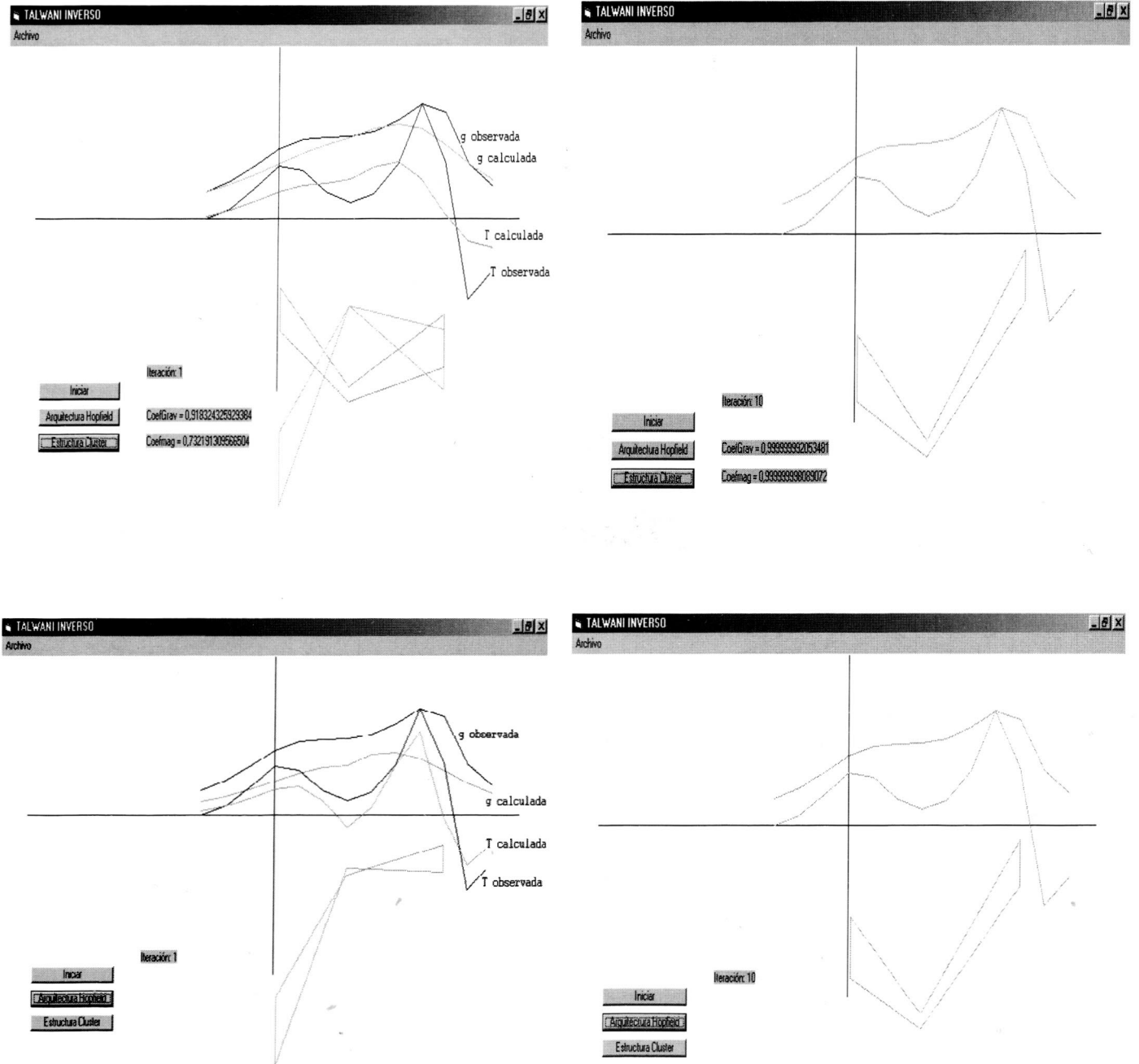


Figura 9. Resultados obtenidos por la inversión con la red de arquitectura Hopfield en la iteración 1 y 10.

CONCLUSIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación se hacen con respecto a tres ítemes: el primero se relaciona con la determinación del algoritmo de evolución y con respecto al problema de inversión; el segundo ítem se refiere a la comparación de estos dos temas desarrollados, para por último concluir con los modelos numéricos.

Determinación del algoritmo de evolución y problema de inversión

- La utilización de un modelo mecánico en el medio continuo permite el desarrollo de un algoritmo evolutivo que está en función de los valores y los vectores propios. No obstante, este algoritmo evolutivo al ser asimilado en el modelo de Talwani permite evidenciar las variaciones en los campos gravitacional y magnético, de tal manera que el campo gravitacional y el campo magnético sirven para estudiar la estructura deformada, dado que toda deformación involucra un cambio en estos campos. Pero también a partir de estos campos se puede determinar la frontera deformada; de ahí que se desarrollara el problema inverso probabilístico.
- El problema inverso probabilístico es un programa matemáticamente accesible a la información *a priori* en geofísica, de tal manera que el contar con datos, como por ejemplo de pozo, ayuda a garantizar una buena convergencia.

Algoritmo de evolución y problema de inversión en redes neuronales artificiales

- Infortunadamente, la metodología algoritmo evolutivo (problema directo) y el problema de inversión (usando redes neuronales artificiales) no se pudieron trabajar como una metodología única en la simulación, ya que no hay un acoplamiento en la forma de procesamiento y los objetivos por cumplir. El algoritmo evolutivo es un proceso secuencial, mientras que las redes neuronales

no asimilan este tipo de procesamiento, siendo más versátiles en procesos aleatorios que buscan optimizar, clasificar y reconocer patrones.

Modelos numéricos

- En el modelo 1, la variación del campo de gravedad y el campo magnético es menor con respecto al modelo 2.
- Por presentarse las capas de densidad similar, la deformación en cada una de las interfases es aproximadamente igual.
- La optimización utilizando la estructura cluster y de arquitectura Hopfield son dos metodologías que permiten una buena convergencia, incluso para estructuras complicadas.

BIBLIOGRAFÍA

- CORTIJO, F. (2000), *La función de densidad de probabilidad normal*, Universidad de Granada; Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia artificial. <http://www-etsi2.ugr.es/depar/ccia/xf>.
- FIGUEREDO, Y. y DÍAZ, R. (2002). "Optimización en la solución del problema inverso en geofísica usando el algoritmo de entrenamiento Supervisado de Levenberg-Marquardt", *Geofísica Colombiana*, No. 6, pp. 66-69.
- HANS, R. (1981). *Gravity, deformation and the Earth's Crust*, Academic Press Inc. (London) Ltda.
- KARI, T. (2002). *EEE511: Artificial neural computation systems*, <http://www.eas.asu.edu/~eee511/handouts.html>.
- MENKE, W. (1989). *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*, Academic Press, San Diego New York, Boston.
- PORTH R. (1998). *The mechanics of Andean Plateau evolution – A numerical modelling study*. University Berlin. <http://sfb267.geoinf.fu-berlin.de/web/old/abstracts/>
- TARANTOLA, A. (1987). *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*, Elsevier Science.