

opinion, the explanation given by the author in that article of the retardation of economic growth in Yugoslavia is not satisfactory because it is based on incorrectly-derived assessments of the parameters of the production function. In my criticism, I would like to point to the author's methodological errors, and to give new assessments of the parameters of the production function. In doing so, I do not explain growth retardation, because I have already basically done this in the article »Utjecaj tehnološkog napretka na rast društvenog proizvoda in ditsrije« (The Impact of Technological Progress on the Growth of the Social Product of Industry), which was published in Economic Analysis (No. 2, 1980).

PRIMJENA DUALNE SIMPLEKSNE METODE NA TRANSPORTNI PROBLEM S DONJIM OGRADAMA NA PONUDE I POTRAŽNJE

Miroslav FILIĆ*

1. UVOD

FORMULACIJA PROBLEMA. KRATKI PRIKAZ POZNATIH REZULTATA

Predmet razmatranja je transportni problem kod kojeg su količine robe što se otpremaju iz pojedinih ishodišta, kao i količine koje se dopremaju u pojedina odredišta, ograničene odozdo:

$$\text{Min. } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq a_i, \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n). \quad (4)$$

Ovaj problem može biti matematičkim modelom određenih problema primjene, kao što je transportni problem s ograničenom mogućnosti stokiranja robe, kako je navedeno u /6/. I problem optimalne asignacije, kad je cilj zaposliti najmanje a_i radnika i -te kategorije uz izvršenje najmanje b_j poslova j -te vrste i minimalne sveukupne troškove, ima kao svoju matematičku formulaciju (1)–(4). U tome je jedatn razlog interesu za ovaj problem. Drugi razlog zanimanja za ovaj tip problema je u tome, što njegovom rješavanju treba prići sasvim drugačije nego rješavanju klasičnog transportnog problema, zbog određenih osobitosti

* Građevinski institut, Zagreb.

kojima on vlada. U ovom radu daje se jedinstvenim pristupom priloge metodama rješavanja tog problema.

Radi objašnjenja potreban nam je kratki prikaz do sada poznatih rezultata istraživanja o promatranom problemu. Početkom, koji je potakao istraživanja, možemo smatrati zadatak 26. na str. 327. u /4/. U njemu se tvrdi da će uz $c_{ij} \geq 0$ optimalno rješenje ispunjavati uvjete (2) kao jednakosti, što ujedno znači da će sveukupna prevezena koli-

čina robe biti $\sum a_i$, ako je $A = \sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j = B$, odnosno uvjete (3) kao jednakosti, ako je $A \leq B$. Polazeći od toga, problem (1) — (4) mogao bi se riješiti uvođenjem fiktivnog ishodišta, odnosno fiktivnog odredišta i modifikacijom MODI metode, kako je u /4/ predloženo i pokazano od str. 313. na dalje.

Ovakva mogućnost rješavanja problema (1) — (4) otpada jednostavno zato, što citirana tvrdnja zadatka 26. ne stoji. To je dokazano u /1/ i /2/ kontra primjerima. Specijalno je primjerom pokazano da se u slučaju $A > B$ može izgraditi rješenje s manjim troškovima nego metodom predloženom u /4/, a sveukupno prevezenom količinom robe većom od A. Time je u /2/ ukazano na »paradoksalno« svojstvo problema (1) — (4), da je moguće uz manje troškove prevesti više robe.

U /3/ je formuliran novi problem s ograničenjem odozgo na sveukupnu količinu robe što može biti transportirana,

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq N \quad (5)$$

i pokazano je, da je problem (1) — (4) posebni slučaj problema (1) — (5), ako se uzme

$$N = m \cdot [\max_i (a_i, \sum_j b_j)]. \quad (6)$$

Za problem (1) — (5) pokazano je da je ekvivalentan kanonskom problemu minimalizacije funkcije (1) uz uvjete (7) — (10):

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a'_i, \quad (i = 1, \dots, m, m+1) \quad (7)$$

gde je $a'_i = a_i + N_i$, ($i = 1, \dots, m$), $N_1 = N - A$, $N_m = N - B$,
 $a'_{m+1} = B - A + nN_j$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b'_j, \quad (j = 1, \dots, n, n+1) \quad (8)$$

gdje je $b'_j = b_j + N_j$, ($j = 1, \dots, n$), $b'_{n+1} = mN_1$

$$0 \leq x_{i,n+1} \leq N_{ij} \quad (i = 1, \dots, m+1) \quad (9)$$

$$0 \leq x_{m+1,j} \leq N_j, \quad (j = 1, \dots, n+1). \quad (10)$$

To upućuje na način kako treba rješavati problem (1) — (4). U /6/ je metoda rješavanja tog problema ilustrirana primjerom, nakon što su sustavno navedeni osnovni rezultati iz /1/, /2/ i /3/, i problem je rasvijetljen.

2. DUALNA TRANSPORTNA METODA ZA RJEŠAVANJE PROBLEMA (1) — (4)

Zovimo razmatrani problem (1) — (4) Problemom I. Ovdje ćemo pristupiti rješavanju tog problema korištenjem dualne simpleksne metode, DSM. DSM prilagođenu transportnom problemu I ima opravdanja zvati dualnom transportnom metodom, DTM. Vidjet ćemo da DTM ukazuje na prirodnu preformulaciju problema I pomoću uvođenja fiktivnog ishodišta i fiktivnog odredišta, na novu jednostavnu ogradu broja N, sveukupne količine robe što se može transportirati, i da daje brzo rješenje problema.

Prije svega, utvrdimo da problem I uvijek ima (bazičnih) mogućih rješenja, bez obzira na odnos sveukupne ponude A i sveukupne potražnje B. Jednostavno možemo izgraditi jedno takvo rješenje, kao, npr.,

$$x_{ij} = a_i + b_j, \quad x_{ij} = b_j, \quad (j = 2, \dots, n), \quad x_{ii} = a_i, \quad (i = 2, \dots, m), \\ x_{ij} = 0 \text{ za ostale } i, j.$$

Problem I možemo tretirati kao standardni problem minimuma linearnog programiranja. Uz pretpostavku da su svi $c_{ij} \geq 0$ možemo takav problem lako riješiti dualnom simpleksnom metodom. Odmah razabiremo neodrživost tvrdnje u zad. 26., str. 327. u /4/, jer je ona ekvivalentna tvrdnji da u standardnom problemu minimuma možemo unaprijed znati koje će uvjete optimalno rješenje zadovoljavati kao jednakosti, odnosno, koje će dopunske varijable u optimalnom rješenju imati vrijednost nula, a to ne možemo znati.

Za primjenu DSM treba standardni problem minimuma preformulirati u standardni problem maksimuma i zatim pomoću negativno restrikiranih dopunskih varijabli, $x'_{1,n+1}$, $x'_{m+1,j}$, ovaj preformulirati u kanonski problem. Početno rješenje tog kanonskog problema,

$$x'_{i,n+1} = -a_i, \quad (i = 1, \dots, m), \quad x'_{m+1,j} = -b_j, \quad (j = 1, \dots, n), \\ x'_{ij} = 0 \text{ za ostale } i, j,$$

zadovoljava kriterij optimalnosti, ali nije dopustivo. Kako se iteracijama DSM dolazi do dopustivog rješenja, što znači i do optimalnog dopustivog rješenja, to kao poznato ne treba opisivati. Gledat ćemo samo prilagođenje DSM za problem I, u kojem koristimo svojstva koja problem I ima, prvenstveno kao transportni problem. Kao prvo koristit ćemo tablice troškova i tokova kao u transportnoj metodi umjesto simpleksne tablice.

Kako u tablicama ne bismo radili s $-c_{ij} \leq 0$ i $x_{ij} \leq 0$, mogli bismo ostati kod problema minimuma i njega preformulirati na kanonski problem dodavanjem nepozitivno restrinuiranih dopunskih varijabli, $x_{i,n+1}$, $x_{m+1,j}$. Tako dobivamo problem:

Minimalizirati funkciju (1) uz uvjete

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} a_{ij} \quad (i = 1, \dots, m, m+1) \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j, \quad (j = 1, \dots, n, n+1) \quad (12)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n), x_{m+1,n+1} \geq 0, \quad (13)$$

$$x_{i,n+1} \leq 0, \quad (i = 1, \dots, m), x_{m+1,j} \leq 0, \quad (j = 1, \dots, n). \quad (14)$$

Nazovimo taj problem Problemom II. U (11), odnosno (12) je $a_{m+1} = B$, $b_{n+1} = A$. Vidimo da je uvođenje dopunskih varijabli $x_{i,n+1}$ i $x_{m+1,j}$ ekvivalentno uvođenju fiktivnog odredišta s potražnjom $\sum_i x_{i,n+1} = \sum_i (-a_i) = -A$, odnosno fiktivnog ishodišta s ponudom $\sum_j x_{m+1,j} = \sum_j (-b_j) = -B$, pa stoga u problemu II imamo uvedeno fiktivno ishodište s ponudom a_{m+1} i fiktivno odredište s potražnjom b_{n+1} .

Problem II je ekvivalentan problemu I što je jednostavno dokazati, pa dokaz ispuštamo. Umjesto problema I sad rješavamo problem II. Kao početno bazično rješenje tog problema uzimamo:

$$x_{ij} = 0, \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n), x_{m+1,n+1} = 0, \quad (15)$$

$$x_{i,n+1} = a_i \quad (i = 1, \dots, m), x_{m+1,j} = b_j \quad (j = 1, \dots, n).$$

To rješenje zadovoljava uvjete optimalnosti, što je lako provjeriti, ali nije dopustivo, jer ne zadovoljava restrikcije (14). Ono je degenerirano, jer je varijabla $q = x_{m+1,n+1} = 0$. Do dopustivog bazičnog rješenja, dakle i optimalnog, dolazimo algoritmom DTM, koji provodimo u ovim koracima:

Početni korak. Izgradimo početno bazično rješenje (15).

Tom rješenju pripadna tablica je tablica (T).

	1	...	n	n+1	Ponude
1	c_{11}	...	c_{1n}	0	a_1
...
m	c_{m1}	...	c_{mn}	0	a_m
m+1	0	...	0	0	B
Potraživ.	b_1	...	b_n	A	A+B

Korak 1. (Testiranje dopustivosti)

Provjeravamo ima li negativnih strukturalnih varijabli, $x_{ij} < 0$ za $i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$, ili pozitivnih dopunskih varijabli. Ako nema, rješenje je dopustivo i algoritam je završen. Ako ima, prelazimo na 2. korak.

Korak 2. (Izbor bazične varijable, x_{rs} , koja će u narednom rješenju biti nebazična.)

Označimo s X_B^- skup negativnih strukturalnih, a s Y_B^+ skup pozitivnih dopunskih varijabli, osim q . Nađimo $\min X_B^-$, $\max Y_B^+$ i $x_{rs} = \max(|\min X_B^-|, \max Y_B^+)$.

Korak 3. /Izbor nebazične varijable, x_{kp} , koja će u narednom rješenju biti bazična, (zajedno s korakom 4.)/

(a) Ako je $r = m + 1$, nađemo $\min_{i \neq r} c_{is} = c_{ks}$.

Kad je x_{ks} nebazična varijabla, ona će postati bazičnom, pa označimo $s = p$ i prelazimo na korak 5, a inače na korak 4. (a).

(b) Ako je $s = n + 1$, nađemo $\min_{j \neq s} c_{rj} = c_{rp}$.

Kad je x_{rp} nebazična varijabla, ona postaje bazičnom, pa označimo $r = k$ i prelazimo na korak 5., a kad je x_{rp} bazična prelazimo na korak 4. (b).

(c) Ako je $r \leq m$ i $s \leq n$, (strukturna varijabla postaje nebazičnom), prelazimo na korak 4. (c).

Korak 4. (a) Nađemo $\min_{j \neq s} c_{kj} = c_{kp}$, (drugi najmanji trošak u k-tom retku, jer $c_{ks} = 0$).

(b) Nađemo $\min_{i \neq r} c_{ip} = c_{kp}$, (drugi najmanji trošak u p-tom stupcu).

(c) Odaberemo nebazično polje (k, p) tako da: 1. jednostavna zatvorena staza koja ga povezuje s bazičnim poljima obuhvaća polje (r, s) , 2. korekcija tokova duž te staze, koja se vrši zbog povećanja toka na polju (r, s) , povećava tok na polju (k, p) , tj. vrijednosti varijabli x_{rs} , x_{kp} istovremeno rastu. Varijabla x_{kp} je određena. U slučajevima (a), (b) prelazimo na korak 5., a u slučaju (c) na korak 6.

Korak 5. Polje (k, p) povežemo s bazičnim poljima jednostavnom usmjerenom zatvorenom stazom.

Korak 6. (1) /Izgradnja novog rješenja/

Duž izgrađene jednostavne zatvorene staze za polje (k, p) izvršimo korekciju tokova, kao u metodi skakanja s kamena na kamen, tako da nove vrijednosti varijabli x_{kp} , x_{rs} budu: $x_{kp}^A = x_{rs}^A$, $x_{rs}^A = 0$.

(2) /Izračunavanje novih troškova/

Transformiramo matricu troškova tako da bude $\hat{c}_{kp} = 0$ i troškovi na svim bazičnim poljima jednaki nuli. Specijalno u slučaju (a) $\hat{c}_{ip} = c_{ip} - c_{kp}$, ($i = 1, \dots, m + 1$) (16)

u slučaju (b) $\hat{c}_{kj} = c_{kj} - c_{kp}$, ($j = 1, \dots, n + 1$). (17)

Ako se transformacijom (16) za bazično polje (i_1, p) dobije $c_{ip} < 0$, onda se svim troškovima i -tog retka doda c_{kp} , pa ako se sad u nekom bazičnom polju (i_1, j_1) dobije $c_{i_1 j_1} > 0$, onda se svim troškovima stupca j_1 doda c_{kp} itd.

Korak 7. Vraćamo se na korak 1. i ponavljamo korake 2, 3, 4, 5, 6, 1 do postizanja dopustivog rješenja.

3. PRIMJER

Prema opisu algoritma po koracima može nam se učiniti da je on dosta složen, ali u stvari nije tako. Najčešće se varijabla koja postaje bazičnom određuje već u trećem koraku, pa četvrti korak otpada. Obično u jednostavnu zatvorenu stazu ulaze samo tri bazična polja, i korekcija tokova u koraku 6. (1) je jednostavna, a novi troškovi računaju se samo po (16), ili samo po (17).

Metodu ilustriramo primjerom u kojem rješavamo problem isti kao u /2/ i /6/, zadan ovom tablicom troškova, ponuda i potražnji:

	a _i			
	1	1	2	5
	6	5	1	6
b _j	2	7	1	

A = 11 > B = 10.

Početni korak. Tablicu proširimo dopunskim retkom s »fiktivnom« ponudom B = 10 i stupcem s »fiktivnom« potražnjom A = 11, i upišemo početno rješenje, pozitivne tokove zaokružimo (Tablica T-0). Opišimo korake prve iteracije.

1. Dopunske varijable imaju pozitivne vrijednosti, rješenje nije dopustivo.

2. $X_B^- = \emptyset$, $Y_B^+ = \{2, 7, 1, 5, 6\}$. Max. $Y_B^+ = 7 = x_{32}$. x_{32} postaje nebazičnom.
3. (a) Min $(c_{12}, c_{22}) = c_{12} = 1 \cdot x_{12}$ postaje bazičnom.
- 4.otpada.

5. Stazu čine polja: (1, 2), (1, 4), (3, 4), (3, 2). /Ucrtana u T-0./

6. (1) $\hat{x}_{12} = 7$, $\hat{x}_{14} = 5 - 7 = -2$, $\hat{x}_{34} = q = 7$, $\hat{x}_{32} = 7 - 7 = 0$.

(2) Od svakog troška u drugom stupcu odbijamo $c_{12} = 1$, $c_{12} = 0$, $\hat{c}_{22} = 4$, $\hat{c}_{32} = -1$.

Novo rješenje je u tablici T-1. Ponavljamo korake. Daljnji postupak vidimo iz tablica T-2 i T-3.

		a _i			
T-0	1	1	2	0	5
	6	5	1	0	6
	0	0	0	0	10
b _j	2	7	1	11	21
T-1	1	0	2	0	
	6	4	1	0	
	0	-1	0	0	
T-2	1	0	2	0	
	5	3	0	-1	
	0	-1	0	0	

Znakom — označen je redak, odnosno stupac s nepozitivno restringiranim varijablama. Strelicom je označena varijabla, koja će napustiti bazu, a pravokutnikom polje, koje će postati bazično.

U tablici T-3 je dopustivo rješenje, jer su sve strukturne varijable nenegativne, a sve dopunske nepozitivne, osim q.

Vrijednosti bazičnih varijabli optimalnog rješenja su:

$x_{11} = 2, x_{12} = 7, x_{23} = 6$, (strukturne)

$x_{14} = -4, x_{33} = -5, x_{34} = q = 15$, (dopunske),

T-3

0 ②	0 ⑦	2	0 ④
4	3	0 6	-1
-1	-1	0 ⑤	0 ⑮

U tablicama T-1 do T-3 je stupac a_i i redak b_j ispušten kao nepotreban.

što za polazni problem znači, da će se iz prvog ishodišta po optimalnom planu prevesti 4 jedinice robe više od donje ograde, a u treće odredište dopremiti 5 jedinica više od donje ograde. Minimalni transportni troškovi su $z^0 = 15$.

4. OSNOVE I EFIKASNOST DUALNE TRANSPORTNE METODE

Osnova prikazanog algoritma, iz koje izlazi njegova korektnost, leži u činjenici da su opisani koraci algoritma (u kojima se testira dopustivost bazičnog rješenja, vrši izbor varijable koja će postati ne-bazičnom i varijable koja će postati bazičnom, te izgrađuje novo bazično rješenje i transformiraju troškovi) jednostavno koraci dualne simpleksne metode, ali prilagođeni transportnom problemu. Ovo prilagođavanje koristi posebni oblik matrice transportnog problema i poznati stavak da se nebazični stupac te matrice prikazuje kao linearni spoj bazičnih stupaca s koeficijentima 0, 1, -1.

Dokaz ove činjenice je jednostavan, ali iziskuje više prostora pa ga ispuštamo. Od interesa je, međutim, navesti neke rezultate do kojih se dolazi preko veze s dualnim problemom:

- (i) Troškovi pripadni dopunskim varijablama izračunatim u koraku 6. (2) DTM jednaki su negativnim potencijalima izračunatim u MODI metodi,

$$\hat{c}_{i, m+1} = -u_i \quad \hat{c}_{m+1, j} = -v_j$$

- (ii) Troškovi \hat{c}_{ij} izračunani u koraku 6. (2) jednaki su ocjenama optimalnosti rešenja, (relativnim troškovima)

$$\hat{c}_{ij} = c_{ij} - z_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j) \text{ za sve } i, j.$$

- (iii) Uvjeti optimalnosti problema II su:

$$\hat{c}_{ij} \geq 0 \text{ za sve strukturne varijable, } i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n,$$

$$\hat{c}_{m+1, j} \leq 0 \text{ za sve } j, \hat{c}_{i, n+1} \leq 0 \text{ za sve } i, \text{ (dopunske varijable).}$$

DTM i teče tako, da su ovi uvjeti optimalnosti stalno zadovoljeni. Iz same formulacije problema II i algoritma izlazi:

- (iv) Varijabla $x_{m+1, n+1} = q$ stalno je bazična. Vrijednost varijable q jednaka je ukupnoj količini robe, koja se u tekućem planu transportira, (sveukupnom toku), i ne može biti veća od sume sveukupne ponude i sveukupne potražnje,

$$q \leq A + B = N. \quad (18)$$

Prema (18) je $N = 21$ u našem primjeru, a prema (6) je $N = 20$. Razlika dolazi odatle, što je (18) izvedeno uz pretpostavku da neka ponuda ili potražnja, zapravo donja granica ponude ili potražnje, mogu biti jednaki 0, što se kod problema I može dopustiti, za razliku od drugih tipova transportnih problema. Bez te pretpostavke dobivamo nižu granicu za N .

DTM je pogodna za rješavanje problema I, (1)–(4), jer ne zahtijeva nikakvu preformulaciju problema na neki novi, kao što se u /3/ predlaže putem navedenih izraza (7)–(10), osim jednostavnog dodavanja fiktivnog ishodišta i fiktivnog odredišta. Koraci jedne iteracije lako se provode. Trud uložan za upisivanje jedne pozitivne vrijednosti bazične varijable u tablicu može se usporediti s onim kod Vogelove metode, no za sad nemamo pomoću elektroničkog računala riješen veći broj primjera, kojima bismo mogli ocijeniti (relativnu) efikasnost metode.

5. ZAKLJUČAK. PUT DALJNJEG ISTRAŽIVANJA

Opisana dualna transportna metoda predstavlja prirodan pristup rješavanju transportnog problema s donjim ogradama na ponude i potražnje, za primjenu je jednostavna i daje logičnu gornju ogradu (18) na sveukupnu količinu robe koju je moguće transportirati. Uz njenu primjenu je jasno da nije riječ o paradoksu »više robe uz manje troškove«, nego je riječ o tome da se fiksiranjem nekih uvjeta da budu jednadžbe zapravo rješava drugi transportni problem, a ne problem I.

Metoda je primjenljiva i na druge tipove transportnog problema, s uvjetima u obliku nejednadžbi bilo kojeg znaka, ili jednadžbi. U toku je razrada algoritama za takve probleme. Za ispitivanje efikasnosti trebat će izraditi odgovarajuće programe i pomoću elektroničkog računala riješiti niz slučajno odabranih primjera, te izvršiti uspoređivanje s drugim poznatim metodama u pogledu efikasnosti.

Primljeno: 21. 6. 1982.

Prihvaćeno: 22. 9. 1982.

LITERATURA

- /1/ Charnes, A., Glover, F., Klingman, D., A Note on a Distribution Problem, *Operations Research*, 18 (1970), 6, 1213–1216.

- /2/ Charnes, A., Klingman, D., "The More for Less" Paradox in the Distribution Model, *Applied Mathematics for Management*, 5, WP 69—18, Univ. of Texas, Austin 1969.
- /3/ Charnes, A., Glover, F., Klingman, D., The Lower Bounded and Partial Upper Bounded Distribution Model, *Naval Research Logistic Quarterly*, 18 (1971), 2, 277—281.
- /4/ Hadley, G., *Linear Programming*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, Palo Alto, London, 1963.
- /5/ Martić, Lj., *Matematičke metode za ekonomske analize*, II Zagreb, 1966.
- /6/ Martić, Lj., O jednom problemu u linearnom programiranju, *Ekonomika analiza*, 5 (1971), 3—4, 262—267.

AN APPLICATION OF A DUAL SIMPLEX METHOD TO THE
TRANSPORTATION PROBLEM WITH LOWER LIMITS CONCERNING
SUPPLY AND DEMAND

Miroslav FILIC

Summary

This paper gives a brief review of the known approaches to the solving special transportation model (1)—(4) and points at possibility of solving it by application of dual simplex method. The adopted algorithm of "dual transportation method" is described and some results, outcoming from the proof of correctness, are given. Finally, the fitness of the method and ways of further possible research are discussed.

WORKER-OWNED COMPANIES IN SWEDEN

Lars G. LINDKVIST & Claes SVENSSON*

1 INTRODUCTION

The worker-owned companies in Sweden have met with a certain amount of interest, and at the same time the lack of knowledge about these companies has been indicated as a problem¹. In Government Proposition 1978/79:123, the following was pointed out:

"At present there is a lack of sufficient knowledge about the special problems that arise when worker-owned companies are born. I suggest that means be assigned for a trial period within the Regional Development Funds. The Funds should have an opportunity of making it easier to create worker-owned companies by widening the company-service efforts. At the same time they will have a basis for estimating the strong elements and the weakpoints in such companies and the problems that arise when the company is formed."

(Proposition 1978/79:123, p. 8)

Our research in worker-owned companies has been supported in part by the Nordic Ministry Board. This research began in 1978 and the final report, "Ownership Distribution and Internal Capital Supply in Small Business", was published in 1980 (only in Swedish).

2 PURPOSE

The purpose is to illustrate and analyze some ten case studies of small-scale worker-owned companies and point out the basic problems

* University of Vaxjö, Vaxjö, Sweden

¹ Research into worker-owned companies has been conducted in Sweden by Umeå University (Åke Gabrielsson), Linköping University (Bengt Sandkull), Luleå University College (Lars-Erik Karlsson), Örebro University College (Sune Jansson).