

МАЛОРАЗМЕРНЫЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА

(Обзор)

Б. Н. МИХАЛЕВСКИЙ\*

§. I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ТИПЫ МОДЕЛЕЙ

Рассматриваемый ниже класс моделей является частным случаем более общих моделей адаптивного прогноза (см. [1—3]), которые можно представить в виде структурной схемы (см. рис. 1) и следующих функциональных уравнений (см. [1]).

Структурная функция перехода:

$$A_{t+1} = T_A (A_t, P_t, D_t) \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где:  $A_t$  — априорный структурный вектор состояния системы в момент  $t$  ( $A_0$  — вектор начального состояния системы известен);

$D_t$  — вектор принятия решений;

$P_t$  — структурный вектор окружающей среды;

Вектор принятия решений:

$$D_t = T_D (A_{t-\tau}, H_{t-\tau}, V_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где:  $V_t$  — вектор окружающей среды принимающей решение единицы;

$H_t$  — вектор прошлой информации в момент  $t$ , заданный уравнением

$$H_t = T_H (H_{t-1}, A_{t-1}), \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

в котором  $T_H$  есть функция перехода прошлой информации.

Если отсутствует вектор принятия решений ( $D_t$ ), то (1)—(3) превращается в стохастическую дескриптивную систему (система класса 0 по классификации [1], т.е. модель пассивного прогноза. Если же  $D_t$  присутствует явно и в полном виде, модель описывает систему адаптивного прогноза в

\* Автор — зам. главного редактора журнала „Экономика и математические методы“ в Москве.

точном смысле слова (система класса 2 по [1]). Наконец, в промежуточном случае вектор  $D_t$  присутствует неявно, и тогда перед нами модель активного прогноза с выбором комбинации инструментальных переменных непосредственно в процессе решения модели.

Структурная схема адаптивной экономической системы

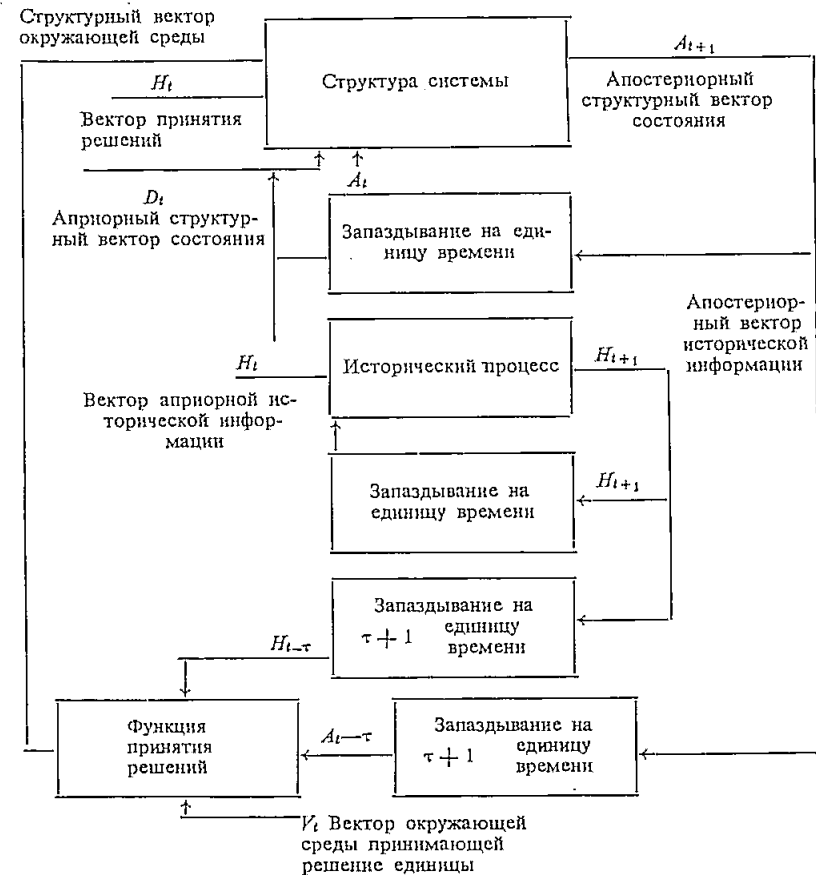


Рис. 1.

Модели обоих указанных типов предполагают классификацию экономических фактов на внутренние для данной экономической системы — эндогенные, внешние для хозяйства данной страны — экзогенные и отношения внутри экзогенных и эндогенных факторов, а также между экзогенными и эндогенными факторами. Взаимосвязь внутри и между этими группами переменных характеризует четыре типа отношений: 1) связи, выте-

кающие непосредственно из определения переменных (например, определение конечного продукта как суммы его составляющих), 2) частичную формализацию социально-юридических норм, регулирующих данную модель, 3) технические зависимости — связи между переменными модели, которые обусловлены техническими (в широком смысле) условиями функционирования народного хозяйства (например, коэффициенты затрат-выпуска), 4) бихевиористические отношения, т. е. зависимости, характеризующие поведение и принятие решений группами самостоятельных хозяйственных единиц (например, потребителей) и центров экономических решений (правительства, планирующих органов и т. д.). Кроме эндогенных и экзогенных переменных существуют еще запаздывающие эндогенные переменные (например, в зависимости капиталовложения-прирост продукции последняя переменная будет запаздывающей переменной), которые вместе с экзогенными переменными образуют множество предопределенных переменных. Эти переменные влияют на систему, но сами не подвержены ее действию (подробности относительно этих определений можно найти в [4—7]). Для формального описания этих зависимостей *всегда* применяются стохастические уравнения, которые, однако, лишь в некоторых случаях основаны на точном или приближенном знании экономического механизма.

Из этих принципов построения эконометрических моделей вытекают и их основные свойства. В общем и целом они сводятся к следующему.

1) Использование стохастических связей позволяет даже на высшем уровне агрегирования (одно- и двухсекторные модели) дать гораздо более полное *взаимосвязанное* описание различных типов реальных экономических систем за счет почти произвольного расширения описания демографических и природных факторов, чисто производственных зависимостей, включения бихевиористических отношений экономического, социально-политического и юридического характера. Экономическая структура модели при этом сводится к схеме расход — производство — расход.

2) Это описание может быть построено по многоступенчатому принципу и вся система зависимостей представлена в виде цепи причинных или условно-причинных в стохастическом смысле связей. Формально это отражается в рекурсивной или блочно-рекурсивной структуре большинства современных эконометрических моделей.

3) Углубленная характеристика социально-экономических систем носит значительно менее нормативный характер, чем при непосредственном использовании народнохозяйственных производственных функций или моделей типа Харрода-Домара. Это связано в первую очередь с большой гибкостью эконометрических моделей, не предполагающих полного раскрытия всего механизма процесса экономического роста, в той или иной мере присутствовавшего в моделях типа Харрода-Домара и моделях с производственными функциями и использованием в необходимых случаях вместо этого принципа „черного ящика“, т. е. характеристики данных социально-экономических процессов статистическими уравнениями по входным и выходным данным. При всех его недостатках подобный принцип имеет и важное преимущество: он позволяет более естественно дать описание реальной системы.

4) Эконометрические модели улучшают описание системы за счет введения факторов неопределенности и ошибок в исходных данных.

5) Принцип многоступенчатости в эконометрических моделях применим и к временной характеристике процесса экономического развития. Модели типа Харрода-Домара и модели с народнохозяйственными производственными функциями применимы лишь для долго- или среднесрочных глобальных прогнозов. В отличие от этого статистические модели при адекватной их формулировке могут быть легко приспособлены для прогноза за любой срочности. Вследствие этого среднесрочные прогнозы предстают как часть долгосрочных и краткосрочных — как вехи на пути выполнения среднесрочных целей.

6) Лучшее статическое и динамическое описание системы позволяет и гораздо полнее провести принцип активного экономического прогноза за счет прямого введения в модель более широкого набора инструментальных переменных экономической политики, а также повысить точность прогноза за счет непосредственного анализа структуры ошибки прогноза и эффекта от пересмотра прогноза в последовательные моменты времени.

С точки зрения эффективности воздействия на процесс экономического развития малоразмерные эконометрические модели распадаются на два широких класса: а) модели чисто прогнозирующего типа, в которых выбор варианта экономической политики (главным образом инструментальных переменных) происходит отчасти субъективно — после просмотра результатов имитации нескольких возможных курсов, а исправление прогноза достигается полным повторным пересчетом, б) модели активного прогноза, в которых непосредственно из решения находится взвешенная комбинация инструментов экономической политики, либо же коррекция прогнозов встроена прямо в модель. Большинство имеющихся сейчас эконометрических моделей относятся к первому типу, основывающемуся, таким образом, на моделях дескриптивного типа.

Примером чрезвычайно агрегированной долгосрочной линейной модели первого типа является модель [8], которая почти с равным успехом может быть применена как для развивающихся, так и для индустриальных стран. Уравнения этой модели имеют вид:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{Y_t^* - T_t}{P_t} + \alpha_2 C_{t-1} + U_{1t}$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{Y_{t-1}^*}{P_t} + \beta_2 K_{1+2,t-1} + \beta_3 I_{t-1} + U_{2t}$$

$$m_t = \gamma + \gamma_1 \frac{Y_t - Y_{t-1}^*}{P_t} + \gamma_2 m_{t-1} + \gamma_3 \frac{P_t}{P_t} + U_{3t}$$

$$E_t = \delta_0 + \delta_1 T_{wt} + \delta_2 \frac{P_{et}}{P_t} + U_{4t} \quad (4)$$

$$\frac{Y_t^*}{P_t} = C_t + I_t - m_t + E_t + I_t$$

$$T_t = \xi_0 + \xi_1 Y_t^* + U_{5t}$$

$$I_{1t} = K_{1+2,t} - K_{1+2,t-1}$$

$$\frac{Y_t^*}{P_t} = E_0 + E_1 L_t^* + E_2 K_{1+2,t} + U_{6t}$$

$$P_t = \gamma_0 + \gamma_1 \frac{W_t L_t^*}{Y_t^*/P_t} + \gamma_2 \frac{P_t}{P_t} + U_{7t}$$

$$\frac{W_t - W_{t-1}}{W_{t-1}} Q_0 + Q_1 \frac{L_t^* - L_{t-1}^*}{L_t^*} + Q_2 \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} + U_{8t}$$

$$L_t^* = \tau_0 + \tau_1 (L_t^* - L_{t-1}^*) + \frac{\tau_2 W_t}{P_{18}} + U_{9t}$$

$$\frac{F_t}{P_t} = \lambda_1 + \lambda_2 \frac{Y_t^*}{P_t} + \lambda_3 r_t + U_{10t}$$

$$P_t = \mu_0 + \mu_1 P_t + U_{11t}$$

В список эндогенных переменных модели входят:

$Y_t$  (национальный доход),  $C_t$  (потребление населения),  $T_t$  (налоги),  $J_{2t}$  (накопление),  $K_{1-2}$  (основной и оборотный капитал),  $m_t$  (импорт),  $E_t$  (экспорт),  $L_t$  (занятость),  $F_{wt}$  (объем внешней торговли),  $P_t$  (индекс цен),  $P_{et}$  (индекс экспортных цен),  $P_{it}$  (индекс импортных цен),  $F_t$  (объем денежного обращения) и т. д.

Даже в пределах агрегированных моделей долгосрочного прогноза более детальное разукрупнение позволяет подробнее описать различные стороны хозяйства, включив в анализ несколько крупных отраслей, большее количество технологических зависимостей, характеристик поведения и принятия решений. Такое описание достигается увеличением числа уравнений и переменных, включением нелинейных зависимостей, введением более дробной временной шкалы и соответственно переходом к блочной структуре модели, связь между отдельными блоками которой осуществляется итеративно, а также дифференцированным развитием моделей разной срочности плана.

Одним из первых шагов на этом пути является долгосрочная модель экономики Японии [9—10]. Эта модель в ее нелинейном и линейном в логарифмах варианте состоит из трех отраслей, но в остальном система уравнений описывает экономику достаточно полно. Это описание и прогноз на 1970 г. включают демографический прогноз, производство, потребление, валовые капиталовложения, амортизацию, экспорт, импорт, соответствующую физическому аспекту хозяйства систему цен (она базируется на статических уравнениях издержек производства), распадение национального дохода на виды доходов. Модель состоит из системы 39 уравнений, приведенная форма которой оценивается двухшаговым методом наименьших квадратов.

Модели близкого типа описаны в [11—13]. Со структурной точки зрения среди них выделяется [13]. Ее наиболее важными чертами являются полнота и совместность описания, введение различных аспектов социально-экономической системы 6 западно-европейских стран в частично динамическую модель с нелинейностями и вытекающий из этих особенностей прин-

цип разбиения всей системы моделей из 651 уравнения на блоки из уравнений одинаковой формы, связь между которыми устанавливается итеративно.

Принципиальная схема агрегированных эконометрических моделей краткосрочного прогноза сводится в основном к тем же двум типам, что и в случае долго- и среднесрочного. Но существует и важное отличие — краткосрочная модель должна также правильно предсказывать циклические колебания, в первую очередь точки перегиба в цикле, т. к. именно на таком прогнозе базируется политика краткосрочной экономической стабилизации.

Примерами современных моделей этого типа для США могут служить Мичиганская и Уортонская модели, для Японии — модель Татемото-Учида-Ватанабе [14—17] (специальные модели прогноза точек перегиба см. в [18—20]), а подробности о других моделях — в [11—12]).

Уортонская модель [15—16] состоит из 12 тождеств и 37 уравнений с одногодичным лагом, описывающих различные аспекты экономики США без выделения отраслей: потребление конечного продукта (10 уравнений), движение цен и заработной платы (7 уравнений), изменение наличности рабочей силы, занятости и рабочей недели (3 уравнения), динамику доходов, отличных от заработной платы (уравнения), финансовый аспект хозяйства (4 уравнения), различные другие аспекты (9 уравнений). Экономические переменные включают: экспорт, правительственные закупки, трансферные платежи, численность всего населения, и трудоспособного населения, услуги жилищного хозяйства, ожидания в отношении производственных инвестиций. Запаздывающими эндогенными переменными являются: запаздывающая величина потребления, ликвидные активы, объем начатого жилищного строительства, запасы, невыполненные заказы, запаздывающие величины конечного продукта и цен, наличный капитал. В список эндогенных переменных входят: а) элементы потребления конечного продукта в постоянных и текущих ценах (личное потребление, валовое частное капиталообразование, импорт), б) конечный продукт при полном использовании мощностей, в) группа переменных, связанных с распределением доходов (трудоустройство и нетрудоустройство и налоги на них), г) переменные, связанные с наличием и оплатой рабочей силы (общее наличие рабочей силы, занятость, продолжительность рабочей недели, число отработанных человеко-часов). Уравнения оцениваются двухшаговым или обычным методом наименьших квадратов с заменой предопределенных переменных 10 их главными компонентами. Сама оценка выполняется итеративно — оценкой сначала линейной, а затем нелинейной части системы. Годичный прогноз по модели дает в среднем довольно высокую точность: по конечному продукту ошибка составляет +0,16%, по личному потреблению +0,44% (в т. ч. по предметам длительного пользования +2,57%), по капиталовложениям — 2,25%, по торговому сальдо +22%, по занятости — 0,13%. Но результаты прогноза точек перегиба гораздо хуже.

Модель краткосрочного прогноза [17] за счет меньшей дезагрегации (26 уравнений и 17 тождеств) дает более качественное описание экономической системы. Это достигается главным образом более широким использованием нелинейностей и явным введением лагов. Оба эти обстоятельства, независимо от прочих особенностей модели, требуют перехода к блочной структуре. В основу последней были положены следующие принципы:

а) каждый блок соответствует определенному аспекту хозяйства, б) вычисления, связанные с нелинейностью, проводятся только в пределах блока, в) число блоков должно быть минимальным, г) блоки располагаются рекурсивно. В итоге, структура модели включила всего три блока. В первом блоке находится восемь основных выходных переменных, характеризующих потребление конечного продукта и общий индекс промышленного производства и пять вторичных эндогенных переменных (затраты на возмещение по двум секторам и соответствующие величины основного капитала и запасов). Второй блок использует эти 13 переменных для нахождения еще 11 эндогенных переменных (6 индексов цен, 2 переменных для рабочей силы, уровень и процент безработных, денежная плата), а затем 24 переменных второго блока поступают в третий блок для прогноза всего распределительного аспекта модели. Модель показала следующую точность прогноза на 1,5 года, выраженную в проценте ошибки: конечный продукт — 1,3%, личное потребление — 1,2%, капиталовложения +1,20%, запасы — 2,5%, экспорт +4,1%, импорт — 2,40%, вся промышленная продукция +0,1%, индекс стоимости жизни +0,50%, индекс оптовых цен — 0,6%, индекс цен запасов +8,40%, индекс квартирной платы +13,4%, фонд заработной платы +2%, все доходы населения +10%.

Примером маломерной эконометрической модели, примененной к социалистической стране, является работа [21], описывающая, однако, лишь производственный аспект народного хозяйства и потребление конечного продукта. Модель, основанная на данных по ВНР за 1949—1962 гг., включает 5 стохастических уравнений и 4 тождества.

Примером современной разукрупненной макроэкономической модели является еще незаконченная модель Брукингского института [22], являющаяся принципиально новым шагом по сравнению с более ранней работой [23]. Она состоит из 150 структурных уравнений и 75 тождеств, построена на базе квартальных за 1949—1960 гг. и представлена блочной рекурсивной системой из уравнений с запаздываниями. В итоге эндогенные переменные каждого блока определяются параметрами уравнений, предопределенными и экзогенными переменными предыдущих блоков. Например, ожидания в отношении капиталовложений, образующие блок низшего порядка, зависят только от запаздывающих переменных выпуска и основных фондов. Фактические же капиталовложения уже есть функция текущих и запаздывающих ожиданий, запаздывающих капиталовложений, выпусков и прибылей. Потребление зависит от большинства предыдущих блоков, так как оно определяется текущими ценами и доходами, а также собственными запаздывающими значениями. В целом, при меньшем числе экзогенных переменных модель дает подробное описание динамического поведения капиталовложений, запасов и всего денежно-финансового аспекта хозяйства. На выходе модели получают прогнозные значения таких эндогенных переменных как выпуск, занятость, структура конечного спроса.

Отличительные черты Брукингской модели заключаются в следующем: 1) в попытке во всех возможных случаях дать сначала экономическое объяснение поведения той или иной части хозяйственной системы, а затем выполнить количественную оценку полученных уравнений. Особенно глубоко это сделано в отношении капиталовложений, где отдельно исследованы и количественно оценены механизмы принятия решений и реализации инвестиций при наличии рационального распределенного за-

паздывания. В несколько меньшей степени это относится к внешнеторговому блоку, 2) в организмом соединении детализации отдельных блоков с общей концепцией блочно-рекурсивной эконометрической модели и методами проведения вычислений.

Имитационный аспект агрегированной формы этой модели вместе с некоторыми результатами относительно экономической, в частности, налоговой политики, подробно рассмотрен в [24].

Применительно к развивающимся странам (с особым вниманием к проблеме выбора приоритетов крупных секторов, удерживающего от чрезмерного пассива платежного баланса и санишком сильного развития инфляции) имитационная долгосрочная модель, базирующаяся на статистических уравнениях разработана в [5].

Модели второго типа для политики краткосрочной экономической стабилизации в первоначальной форме были введены Я. Тинбергером [26—27].

Отличительные черты моделей типа Тинбергера сводятся к следующему:

1. Цели экономической политики просто фиксируются определенным уровнем неконтролируемых переменных, а не функционалом, включающим взвешенные предпочтения относительно разных целей.

2. Благодаря взаимозависимости переменных в системе любая целевая переменная находится под влиянием всех инструментальных переменных, так что необходима координация всех инструментальных переменных в единую согласованную программу.

3. В системе число уравнений и переменных должно быть равно, а если она содержит еще и граничные условия, то последние не должны нарушаться. Если какое-либо из этих условий не выполняется, возникает несовместность плановых целей с данным набором инструментальных переменных, которая может быть устранена либо увеличением числа инструментальных переменных, либо отказом от некоторых плановых целей.

4. Модель допускает перебор различных комбинаций инструментальных переменных. Это превращается в принудительную необходимость, если число уравнений больше числа переменных.

5. С формальной стороны наиболее характерная черта последовательно усложняющихся моделей типа Тинбергера — треугольный или треугольно-блочный вид матрицы коэффициентов с единицами по главной диагонали (это свойство необязательно для описанных выше моделей обычного прогноза). Иначе говоря, модель типа Тинбергера всегда представляет собой рекурсивную или условно-рекурсивную систему. В первом случае это система типа стимул-реакция без запаздывания и обратных связей, во втором — такая же система с запаздыванием. В обоих случаях модель допускает причинную интерпретацию в том смысле, что, зная величины предопределенных переменных, мы можем, по крайней мере, стохастически, однозначно управлять эндогенными переменными [28—31] (это — причинность в смысле Г. Волда [28], а если матрица рекурсивной системы — треугольно-блочная, то имеет место векторная причинность [29]). Два других характерных признака наиболее простых моделей типа Тинбергера — диагональность ковариационной матрицы текущих значений возмущений и отсутствие автокорреляции.

В настоящее время развились усложненные формы моделей типа Тиннбергена, объединяющие непосредственный прогноз по модели умеренной размерности с выбором многоинструментальной экономической политики с последующей ее коррекцией для достижения плановых целей и минимизации ошибки прогноза. Многовязная модель такого типа уже включает дополнительные цепи связей по управляющим воздействиям, т. е. некоторое соотношение инструментов экономической политики. Примером может служить односекторная модель [32], включающая 4 различных плановых цели и описываемая с помощью 22 уравнений. Модель такого типа нельзя решить с помощью только одной инструментальной переменной, т. е. одного направления экономической политики, так как это нарушает ограничения на другие переменные. Поэтому в [32] как аналитически, так и при численном решении модели на конкретных данных рассмотрены последствия различных взвешенных комбинаций мероприятий экономической политики с точки зрения достижения плановых целей при минимуме ошибки прогноза.

Минимизация ошибки прогноза в моделях этого типа достигается подробным анализом структуры ошибки прогноза (как правило линейной) [33—34]. Такой анализ выделяет в основном три эффекта: 1) эффект специфической переменной, 2) даты составления прогноза, 3) времени прогноза. Это означает, что большие изменения предсказываются с большой ошибкой, меньшие — с небольшой.

## § 2. ФОРМАЛЬНАЯ СТРУКТУРА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Кратко рассмотрим теперь агрегированные статистические модели с точки зрения спецификации формальной структуры и методов их решения. По способам описания народнохозяйственной системы и методам получения прогноза модели эконометрического типа распадаются на 6 широких категорий.

1. Одномерные статистические модели прогнозирующего типа, описываемые одним статистическим линейным (или приводящимся к нему) уравнением регрессии, включающим только эндогенные и экзогенные без запаздываний.

В этих моделях проблема прогноза решается следующим образом. Основная экономическая предпосылка заключается в том, что одно единственное статистическое линейное уравнение с макроэкономическими переменными дает примерно адекватное описание действительности и имеет ту же форму, что и соответствующие уравнения относительно микроэкономических переменных. Основное математическое допущение сводится к тому, что регрессия дает условное математическое ожидание зависимой переменной при известных независимых переменных. Это, в свою очередь, предполагает соблюдение достаточно жестких предпосылок классического метода наименьших квадратов; 1) случайный член регрессии имеет нулевое математическое ожидание, 2) он имеет постоянную дисперсию, 3) он не коррелирует ни с одной независимой переменной, 4) отсутствует автокорреляция остаточного члена, 5) нет автокорреляции переменных, 6) переменные не содержат случайных ошибок, 7) оценки регрессии по способу наименьших квадратов сходятся к истинным оценкам при бесконечном

увеличении объема выборки. Последний факт основан на том, что наблюдаемые коэффициенты регрессии являются рациональными функциями выборочных моментов первого и второго порядков, а наблюдаемый остаток не коррелирует с независимыми переменными, 8) имеет место приближенная нормальность распределения, 9) переменные не содержат запаздываний.

При этих предпосылках, которые, однако, обычно не соблюдаются, простая подстановка известных значений независимых переменных дает точечный прогноз и доверительный интервал зависимой переменной. Прогноз на основе одного уравнения регрессии без запаздывания с оценками параметров классическим способом наименьших квадратов давно и широко применяется в экономических расчетах.

Прогноз по одному уравнению регрессии с оценкой параметров макроэкономических переменных классическим способом наименьших квадратов имеет, однако, четыре основных недостатка:

а) включение в статистическое уравнение регрессии запаздывающих на один год переменных лишь частично устраняет статистический характер модели, так как временной эффект обычно распределяет свое действие на протяжении значительного времени, и лишь в специальных случаях его можно приблизить средней семейства распределенных запаздываний;

б) часть предопределенных переменных всегда не является экзогенной в точном смысле слова, так как определяется, по крайней мере, в теории совместно с эндогенной переменной. Однако, вопрос о том, являются ли реальные системы недоопределенными (в этом случае следует использовать одно уравнение) или переопределенными (тогда следует применять систему уравнений) до сих пор не решен, и потому не определены области, в которых системы уравнений имеют явное преимущество перед одним уравнением [35—36]. И лишь экспериментальные данные показывают, что системы уравнений дают лучший прогноз циклических колебаний и точек перегиба, а одно уравнение имеет преимущества при прогнозе уровней эндогенных переменных [37];

в) входящие в уравнение макроэкономические переменные всегда содержат более или менее значительную ошибку агрегирования, равно как и накопленную величину ошибок измерения. В связи с этим требуется, во-первых, формулировка условий, при которых уравнение в макроэкономических переменных будет столь же хорошим уравнением прогноза, как и соответствующая ему группа уравнений в микроэкономических переменных и, во-вторых, необходим соответствующий выбор самого уравнения в макроэкономических переменных [38—41];

г) сформулированные выше 9 ограничительных математических предпосылок делают сомнительным качество оценок параметров уравнения регрессии, используемого для прогноза.

Тем не менее, в связи с быстрым развитием техники оценки одно линейное уравнение регрессии и приводящие к нему с дополнительными ограничениями методы возможно и до сих пор остается, по словам Г. Тейла, „единственным одноглазым, которого можно выбрать королем в стране слепых“. Это положение к настоящему времени достигнуто как за счет совершенствования классической модели, так и в связи с более активным использованием внешней информации.

Первый путь включает: а) устранение мультиколлинеарности [4—5,42] б) учет ошибок наблюдения и прогноза [18, 43—47]; в) исключение автокорреляции остатка и переменных в больших и малых выборках [4—5, 18, 48—64]; г) учет зависимости остатка от переменных (переход к адаптивному или квазиадаптивному прогнозу) [65]; д) включение в уравнение переменных коэффициентов [49]; е) введение гетероскедастичности [70—71]; ж) оценка уравнения с ограничениями на параметры в форме равенств или неравенств [1, 2, 15].

Второй путь предполагает, как известно, прогноз на основе апостериорного распределения, т. е. вводит субъективные вероятности, характеризующие возможные будущие исходы, а не результаты оценок по повторным выборкам из одной и той же совокупности. К настоящему времени уже получены формулы байесовского прогноза для нормальной регрессионной модели (множественной регрессии и многомерного случая) и для модели с ошибками в переменных [43—44, 72].

II. Одномерные динамические модели, включающие эффект наследственности (запаздывания), т. е. простейшие формы условно рекурсивных систем, предназначенных для адаптивного прогноза. Необходимость включения запаздывающих переменных порождается социально-психологическими (инерционность социальных систем, устойчивость привычек и вкусов потребителей, входящих в функции спроса-предложения), технологическими (временные лаги капиталовложения — прирост продукции, доход-расход, наличие неполной информации) и организационными причинами (налоговая и финансовая система, система социального обеспечения, структура рынков и пр.). В итоге условно-рекурсивная эконометрическая модель может включать распределенные запаздывания двух типов: 1) запаздывания вследствие неэластичности поведения экономических единиц, 2) запаздывания в связи с неопределенностью будущего.

В обоих случаях эффект запаздывания (наследственности) может быть представлен уравнением:

$$X(t) = \delta + \alpha \int_0^{\infty} f(\tau) Y(t-\tau) d\tau + U(t) \quad (5)$$

где:

$$\tau \geq 0, f(\tau) \geq 0, \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau = 1, \quad (6)$$

или в дискретной форме:

$$X_t = \delta + \alpha \sum_0^{\infty} \beta_{\tau} Y_{t-\tau} + U_t \quad (7)$$

$$\sum_0^{\infty} \beta_{\tau} = 1 \quad |\beta| < 1, \quad (8)$$

так что  $f(t)$  и  $\beta_t$  можно интерпретировать как функции плотности вероятности соответственно для непрерывного и дискретного случаев, а (7) представить в виде:

$$X_t = \alpha U_t + \beta U_{t-1} + W_t, \quad (9)$$

$$w_t = u_t - \beta u_{t-1}, \quad \Sigma = m(U'U), \quad \lambda = m(W'W) \quad (10)$$

Для решения этого уравнения в случае с постоянными весами существуют следующие методы (их общий обзор по состоянию на середину 1966 г. дан в [51]. 1) двухшаговый метод наименьших квадратов [79]. 2) итеративный метод сходимости к первому коэффициенту автокорреляции [76]; 3) трехшаговый метод наименьших квадратов [75, 77, 86]; 4) оценка методом ошибок в переменных [73, 78], 5) метод нелинейного правдоподобия Л. Клейна 78, 6) интерпретационная схема Ш. Эммон [79—80], 7) основанная на принципах спектрального анализа схема Хэннана [82]; 8) двухшаговый итеративный метод Гаусса-Ньютона для нахождения оценок наибольшего правдоподобия [83]. Для случая с переменными весами в настоящее время существует единственный метод [84]. В отношении методов решения для уравнения с постоянными весами имеются следующие результаты, характеризующие их сравнительную ценность: а) оценки методов 7 и 8 асимптотически эквивалентны оценкам наибольшего правдоподобия, а оценки метода 5 асимптотически менее эффективны, чем оценки наибольшего правдоподобия [83], б) методы 1—3 в той или иной форме опирающиеся на обычный или обобщенный метод наименьших квадратов и состоятельные оценки ковариационной матрицы дают оценки, эффективность которых ниже, чем оценок, базирующихся на истинных значениях ковариационной матрицы [83], в) при этом методы 1—2 дают состоятельные оценки, а метод 3 не дает таковых, г) методы 5 и 8 более универсальны, т. к. позволяют оценивать параметры в уравнениях с рациональными лагами более высоких порядков, д) частичные исследования типа Монте-Карло показали, что с точки зрения устойчивости оценок наилучшими являются итеративные методы и прямой метод Клейна [52, 76, 85, 87].

II. Линейные модели, являющиеся причинной цепью, т. е. представленные явными зависимостями относительно текущих значений эндогенных в системе уравнений:

$$\beta_0 x(t) + \beta_1 x(t-\Theta) + \beta_2 z(t) = U(t) \quad (11)$$

где:  $X$  — вектор эндогенных переменных;

$B_0$  — треугольная матрица с единицами на главной диагонали,

$B_1, B_2$  — матрицы  $m \times n$

$Z(t)$  — вектор экзогенных переменных

$U(t)$  — вектор стохастических переменных с диагональной ковариационной матрицей без автокорреляции,

$Z(t)$  и  $x(t-\Theta)$  — совокупность предопределенных переменных.

Прогноз по народнохозяйственной модели, представленной рекурсивной системой (11), может быть выполнен двумя способами.

При первом способе непосредственно используется треугольная или треугольно-блочная структура рекурсивной системы и после оценки пара-

метров в отдельных зависимостях прямая подстановка предопределенных переменных дает прогнозную величину независимой или множества независимых. Эта процедура, однако, требует стационарности и эргодичности стохастического процесса, описываемого рекурсивной системой.

При втором способе часть эндогенных переменных исключается последовательными подстановками, так что получается уравнение более высокого порядка относительно эндогенных переменных, включающее кроме того только экзогенные переменные (см. (11)). Если при этом описываемый рекурсивной цепью стохастический процесс является стационарным и имеет нормальное распределение, а все необъясненные вариации не коррелируют друг с другом, то подстановка экзогенных переменных в принципе даст несмещенные, состоятельные и эффективные оценки наибольшего правдоподобия прогнозных значений эндогенных переменных.

Однако, в своей чистой форме (11) рекурсивные системы не могли получить достаточно широкого применения в народнохозяйственном прогнозе [31, 40, 88]. Это связано как с методом описания макроэкономических процессов, так и с вычислительными проблемами. Прежде всего, треугольная структура матрицы  $B_0$  не вполне соответствует принципам описания динамичной экономики: 1) отсутствует обратная связь, 2) включение лагов уже частично разрушает строго треугольную структуру матрицы, т. е. принцип последовательной во времени реакции на стимул. Далее, сам этот принцип уже не будет правильным в силу чисто статистической причины — если данные представляют собой средние за период значительно большей продолжительности, чем охваченный причинной связью. Наконец, с чисто вычислительной точки зрения ни один из известных сейчас методов оценки рекурсивных систем в условиях малых выборок (см. немного ниже) не может обеспечить состоятельности оценок. Это связано с исходной структурой модели, объемом имеющихся данных и наличием в рекурсивных системах предпосылок относительно диагональности ковариационной матрицы и отсутствия автокорреляции.

Устранение всех этих дефектов требовало в первую очередь изменения структуры рекурсивной модели. Важным шагом в этом направлении был переход к блочно-рекурсивным системам [88]. Он характерен главным образом таким изменением метода выбора предопределенных инструментальных переменных в приближенно разложимой системе с запаздываниями, которое позволило одновременно улучшить качество описания хозяйства и обеспечить приближенную состоятельность оценок и прогноза. Это было сделано на основе компромисса между двумя противоречивыми но одновременно необходимыми критериями выбора предопределенных инструментальных переменных: а) критерия ассимптотической некоррелируемости такой переменной с возмущением данного уравнения, б) критерия тесной причинной связи этой переменной с зависимой переменной данного уравнения, причем, это причинное влияние должно оказываться независимо от других объясняющих переменных (последнее означает устранение мультиколлинеарности).

Приближенное выполнение первого критерия становится возможным за счет перехода от рекурсивной к блочно-рекурсивной системе, позволяющее дать более детальную и точную спецификацию возмущений в зависимости от уровня агрегирования: наличие взаимной корреляции и автокорреляции на народнохозяйственном уровне и автокорреляции на уровне

секторов и уравнений совместно с предпосылкой блочной диагональности ковариационной матрицы. Вследствие этого приближенная совместность оценок и прогноза в блочно-рекурсивной системе достигается, если в качестве инструментальных переменных берутся запаздывающие эндогенные переменные из секторов, расположенных ближе к концу, а не началу систем.

Приближенное выполнение второго критерия достигается с помощью процедуры оценки порядка предпочтений в отношении всех имеющихся инструментальных переменных (конечно, кроме экзогенных переменных, которых совсем недостаточно для управления почти замкнутой системой). Такая процедура оценивает тесноту причинной связи на основе коэффициента детерминации между эндогенными переменными разных порядков причинности и инструментальными переменными.

Общим итогом подобного изменения структуры, которое в настоящее время еще далеко не закончено, является сохранение блочно-рекурсивной структуры эконометрических моделей (11) при приближенной и большей эффективности оценок и прогноза.

Вычислительные методы применительно к данной группе моделей отдельно не рассматриваются, т. к. они общи для этой и следующей группы, и потому описываются несколько позднее.

IV. Четвертый тип моделей, появление которого связано с именем Т. Хаавельмо, представлен многосвязными системами, описываемыми неявными стохастическими зависимостями относительно текущих значений эндогенных переменных, и в своей простейшей форме получается из (11) при  $\Theta \rightarrow 0$ :

$$B_1 x(t) + B_2 Z(t) = U(t) \quad (12)$$

где:  $B_1$  и  $B_2$  — матрицы  $m \cdot m$  и  $m \cdot n$

$$M(u) = 0 \quad M(uu') = \sigma^2 \quad (13)$$

После разрешения (12) относительно текущих значений эндогенных переменных, которое возможно лишь при точной идентификации системы (13), текущие эндогенные переменные оказываются, таким образом, явно выраженными через значения предопределенных переменных. Так происходит переход к сокращенной форме системы (12):

$$X'(t) = Z'(t) \Pi + U'(t), \quad (14)$$

где матрица  $\Pi = B_2 B_1^{-1}$ ,  $A Y(t) = (B_1^{-1}) u(t)$  вектор-столбец из  $m$  элементов. Оценки наименьших квадратов (14) являются оценками наибольшего правдоподобия.  $\Pi$  обычно входит как составная часть в блочно-рекурсивные системы.

Основное преимущество прогноза заключается в принципиальной возможности одновременной и взаимосвязанной оценки параметров всех уравнений эконометрической модели и, следовательно, получении взаимосвязанного прогноза полностью обращающего действие механизма обратных связей.

Но пока что это потенциальное преимущество покупается очень дорогой ценой.

Во-первых, линейная многосвязная стохастическая система представляет собой либо приближение к рекурсивной системе ( $\theta \rightarrow 0$ ), либо описание равновесного состояния последней. Иначе говоря, линейная многосвязная стохастическая система всегда содержит ошибку спецификации, и потому причинная связь в ней не имеет той относительной ясности, какая существует в рекурсивной или даже условно-рекурсивной системе.

Во-вторых, оценку параметров, как правило, можно выполнить лишь по сокращенной форме (14). Однако, в линейной многосвязной системе — в отличие от рекурсивной — нет однозначных соотношений типа воздействие-эффект, так что система в целом и ее сокращенная форма обязательно должны находиться в однозначном соответствии. Иначе говоря, прогнозу предшествует однозначный переход от сокращенной формы системы к ее первоначальной форме, причем в процессе такого перехода должны сохраняться однозначное соответствие значений оценок параметров и их эффективность и состоятельность. Иначе говоря, для такого обратного перехода вся линейная многосвязная система должна быть идентифицирована, что, в свою очередь, требует соблюдения довольно жестких необходимых и достаточных условий точной идентификации [4—5]. Это само по себе чрезвычайно усложняет процесс оценки параметров даже в многосвязной системе без запаздываний, для которой и установлены условия точной идентификации.

В третьих, дополнительные трудности возникают также при оценке параметров сокращенной формы. Они вырастают из той суммы предпосылок, которые определяют стохастический процесс в линейной многосвязной системе. Эти предпосылки сводятся к требованиям стационарности процесса и нормальности распределения, отсутствию автокорреляции, взаимной некоррелируемости возмущений и некоррелируемости их с экзогенными переменными, отсутствию запаздываний, ошибок в переменных и гетероскедастичности. Оценки же сокращенной формы при наличии внешней информации являются в лучшем случае лишь асимптотически эффективными.

В четвертых, полученный при этих условиях линейный прогноз обладает наилучшими свойствами лишь асимптотически и имеет высокую чувствительность к ошибкам в экзогенных переменных.

Совершенствование структуры (12) коснулось главным образом следующих элементов: 1) техники идентификации, 2) устранения предпосылок взаимной некоррелируемости и отсутствия автокорреляции возмущений [54, 89—90], 3) использование внешней информации в виде априорных ограничений на параметры [91—95].

Существующие сейчас вычислительные методы относятся одновременно к моделям групп III и IV. Они распадаются на четыре главных типа: а) оценка сокращенной формы с помощью обычного метода наименьших квадратов, б) оценка с помощью методов, полностью использующих всю информацию о системе, в) методы с ограниченной информацией о системе, г) методы для оценки параметров при наличии ограничений на них.

Как следует из характеристики моделей группы II, метод наименьших квадратов неприменим при наличии запаздывающих переменных, независимо от того, идет ли речь об одном уравнении или о системе уравнений. Однако, при оценке параметров в блочно-рекурсивных системах без запаз-

дывания или в таких же взаимосвязанных системах метод наименьших квадратов в настоящее время может успешно конкурировать с любым другим. Это было достигнуто исключением предпосылок взаимной некоррелируемости и отсутствия автокорреляции и разработкой эффективной вычислительной схемы при этих условиях, дающей асимптотически эффективные оценки обобщенного метода наименьших квадратов (оценки Эйткена) [54].

К методам с полным использованием информации относятся: метод максимального правдоподобия с полной информацией и его линеаризованный вариант Ротенберга-Линдберга, а также более новый трехшаговый метод наименьших квадратов [7, 96, 98]. И хотя для большинства этих методов имеются хорошие вычислительные схемы (для трехшагового метода наименьших квадратов — [49, 50, 98] — для метода максимального правдоподобия с полной информацией [97, 99], исследования для малых выборок (т. е. для более реальной ситуации) показали, что методы этой группы обладают довольно высокой чувствительностью к ошибкам в коэффициентах, ошибкам спецификации и ряду стохастических предпосылок [100—103]. В силу этого получаемые результаты неустойчивы и ненадежны.

Значительно лучше свойства методов с ограниченной информацией, т. е. методов так или иначе начинающихся с оценки наименьших квадратов сокращенной формы и в процессе вычислений одновременно учитывающих априорные ограничения только на одно уравнение. В эту группу входят методы  $k$ -класса,  $2k$ -класса,  $h$ -класса, (наиболее общим является  $2k$ -класс, обычный метод наименьших квадратов получается при  $k=0$ ,  $h=1$ , двухшаговый — при  $k=1$ ,  $h=0$ ). В идеальных условиях больших выборок все эти методы приблизительно равноправны [22]. Однако, частичные исследования их свойств в малых выборках и анализ устойчивости и сложности вычислительных схем в предварительном порядке показали, что наибольшими преимуществами обладает двухшаговый метод наименьших квадратов [100—107].

И еще меньше известно сейчас о качестве оценок в линейной стохастической системе уравнений (12) при наличии внешней информации, в принципе значительно повышающей гибкость модели. Даже в классическом случае, т. е. исключая из рассмотрения байесовский подход, некоторые результаты имеются лишь для линейных точечных оценок при наличии ограничений в форме уравнений, либо в форме ограничений на параметры в виде зависимости их от других известных параметров, либо, наконец, в форме ограничений на неизвестные параметры в виде неравенств [91—94]. Эти результаты сводятся к следующему: а) включение априорной информации повышает эффективность оценок и при ряде дополнительных условий оценки могут удовлетворять нижней границе неравенства Рао-Крамера, по крайней мере асимптотически. Это справедливо и для конечных выборок, если оценки являются несмещенными; б) в частном случае точно идентифицированной системы перепределенные ограничения на коэффициенты  $\pi$ , возможно, ограниченные на ковариационную матрицу увеличивают эффективность оценок коэффициентов приведенной формы, в) оценки трехшагового метода наименьших квадратов асимптотически эффективны только при наличии ограничений на ковариационную матрицу, а оценки наибольшего правдоподобия и  $X^2$ , принимающие во внимание все виды ограничений, обе асимптотически эффективны.



Соответственно для прогноза по точно идентифицированной системе результаты, полученные любым из первых трех методов [34,108] — наилучший в смысле минимума дисперсии линейный прогноз является лишь ассимптотически несмещенным, и состоятельным, и они весьма чувствительны к ошибкам в экзогенных переменных.

V. Нелинейные экономические модели не имеют, естественно, какой-либо единообразной структуры и общепризнанных эффективных вычислительных методов.

При этом в случае оценки одного нелинейного уравнений методом наименьших квадратов проблемы сводятся к получению точечных оценок и разработке теории доверительных интервалов. Если же оценивается многомерная система, то наибольшую трудность представляет идентификация такой нелинейной системы и выбор специфической структуры [40,109,110].

Сами же оценки в любом случае получаются итеративно. Эти итеративные методы делятся на два широких класса: 1) итеративные методы получения нелинейных оценок наименьших квадратов, 2) итеративные методы оценки параметров регрессии в процессе адаптивного прогноза. В настоящее время для экономических приложений используются только методы первого типа.

В случае одного уравнения вычислительный процесс так или иначе сводится к итерации с помощью линейного приближения процесса Гаусса-Ньютона [III—115].

$$X_{k+1} = X_k - B(X_k) F X_k \quad (15)$$

где:  $B(x)$  — линейный оператор, или обобщения (15) с последовательностью линейных операторов  $B_k$ . Сходимость этого процесса доказана для большинства вариантов первого случая (вместе с оценками скорости сходимости) и для некоторых разновидностей второго случая [III—112]. Практически применяются, однако, лишь две частные разновидности (15) — методы Хартли и Марквардта [113—115].

Для оценки и прогноза по системе нелинейных стохастических уравнений в настоящее время наиболее приспособлен алгоритм [116]), первый шаг которого состоит в решении каждого уравнения системы обычным методом наименьших квадратов, а второй — в использовании этих результатов как начального приближения метода наибольшего правдоподобия с полной информацией.

VI. Шестой тип моделей, с точки зрения приложений к экономическим системам пока стоящий несколько особняком, тесно связан с тремя предыдущими, хотя и далеко не идентичен им. Он основан на применении методов фильтрации и прогноза, применяемых в технических системах, которым соответствует прямое использование временных рядов в качестве информационной базы.

В экономических приложениях временные ряды обычно представляют собой линейную дискретную нестационарную последовательность. Однако, опыт их прямого применения к экономическим задачам невелик [117—121].

(Рад принят в печать 1968.)

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. Murphy, *Adaptive Process in Economic Systems*, N. Y. 1965.
2. А. Фельдбаум, «Основы теории оптимальных автоматических систем», М., Наука, 1966.
3. Я. Цыпкин, «Адаптация и обучение в автоматических системах», М., Наука, 1968.
4. Г. Тинтнер, «Введение в эконометрию», М., Статистика, 1965.
5. G. Tintner, *Econometrics*, N. Y. 1952.
6. Cowles Commission Monograph N 10, *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, N. Y. Wiley, 1950.
7. Cowles Commission Monograph N 14, *Studies in Econometric Methods*, N. Y., Wiley, 1953.
8. L. Klein, «What Kind of Macroeconomic Model for Developing Economies?» *Indian Ec. J.*, v. 13, N 3, 1966.
9. H. Ueno, «A Long-Term Model of the Japanese Economy 1920—1958», *Inter. Ec. Rev.*, v. 4, N 2, 1963.
10. H. Ueno, S. Kinoshita, «A Simulation Experiment for Growth with a Long-Term Model of Japan», *Inter. Ec. Rev.*, v. 9, N 1, 1968.
11. *Quantitative Planning of Economic Policy*, Ed. B. Hickman, Wash., 1965.
12. *Economic Policy of Our Time, Studies in Mathematical and Managerial Economics*, v. 3, Ed. H. Theil, Amsterdam, 1964.
13. W. Sommermeyer, *A Common Market Model and Its Estimation Problems*, Neth. School of Ec., Econom. Inst. Report 6709, 31. 7. 1967.
14. University of Michigan, *The Economic Outlook for 1967*, 1968.
15. M. Liebenberg, A. Hirsch, J. Popkin, «A Quarterly Econometric Model of the United States: A Progress Report», *Survey of Current Business*, May 1966.
16. M. Evans, L. Klein, *The Warton Econometric Forecasting Model*, Univ. of Penns., 1967.
17. M. Tatemoto, T. Uchida, T. Watanabe, «A Stabilisation Model for the Postwar Japanese Economy: 1954—1962», *Int. Ec. Rev.*, v. 8, N 1, 1967.
18. H. Theil, *Economic Forecasts and Policy*, Amst., N. — H., 1961.
19. H. Theil, *Economic Forecasts and Policy*, Amst., N. — H., 1961.
20. H. Steckler, «Forecasting Industrial Production», *J. of A. S. A.*, v. 56, N 295, 1961.
21. T. Dyckman, H. Steckler, «Probabilistic Turning Point Forecasts», *The Rev. of Ec. and St.*, v. 68, N 3, 1966.
22. А. Халабук, Э. Кенесси, «Эконометрическая модель развития Венгрии», *Эк. и мат. методы*, т. III, вып. 6, 1967.
23. J. Duesenberry, G. Fromm, E. Kuh, L. Klein, *The Brookings-S.S.R.C. Quarterly Econometric Model of the United States*, Chicago—Amsterdam, 1965.
24. L. Klein, A. Goldberger, *An Econometric Model of the United States 1929—1952*, Amsterdam, North-Hol. Publ. Co, 1955.
25. G. Fromm, P. Taubman, *Policy Simulation with an Econometric Model*, Amst., N.—H., 1968.
26. E. Holland, R. Gillespie, *Experiments on a Simulated Underdeveloped Economy: Development Plans and Balance-of-Payments Policies*, Camb., Mas., M. I. T., 1963.
27. J. Tinbergen, *On the Theory of Economic Policy*, Amsterdam, North-Hol. Publ. Co, 1952.
28. J. Tinbergen, *Economic Policy Principles and Design*, Amsterdam, North-Hol., Publ. Co, 1956.
29. H. Wold, «A Generalisation of Causal Chain Models», *Econom.*, v. 28, N 2, 1960.

29. H. Simon, «Causal Ordering and Identifiability», *Studies in Econometric Methods*, N. Y., 1953.
30. R. Strotz, H. Wold, «Recursive vs Nonrecursive Systems», *Econom.*, v. 28, N 2, 1960.
31. R. Strotz, «Interdependence as a Specification Error», *Econom.*, v. 28, N 2, 1960.
32. G. Stavel, «A Systematic Approach to Macroeconomic Policy Design», *Econom.*, v. 33, N 1, 1965.
33. H. Theil, M. Scholes, «Forecast Evaluation Based on a Multiplicative Decomposition of Mean Square Errors», *Econom.*, v. 35, N 1, 1967.
34. H. Theil, *Applied Economic Forecasting*, Amst., N.—H., 1966.
35. T. Liu, «Underidentification, Structural Estimation and Forecasting», *Econom.*, v. 28, N 4, 1960.
36. L. Klein, «Single Equation vs Equation System Methods of Estimation in Econometrics», *Econom.*, v. 28, N 4, 1960.
37. W. L'Esperance, «Further Evidence on the Predictive Power of Various Estimators», *I.E.R.*, v. 8, N 1, 1967.
38. H. Theil, *Linear Aggregation of Economic Relations*, Amst., N.—Hol., 1954.
39. F. Holte, *The Use of a Macroequation as a Substitute for a Set of Microequations in the Prediction of the Value of a Macrovariable*, Memorandum fra Socioekonomisk Institutt Universitetet i Oslo, 28. 11. 1958.
40. F. Fisher, *Identification in Econometrics*, N. Y., 1966.
41. H. Theil, *Consistent Aggregation of Micromodels with Random Coefficients*, Univ. of Chicago, Center for Math. Stud. in Bus. and Ec., Rep. 6816, April 1968.
42. D. Farrar, R. Glauber, «Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited», *The Rev. of Ec. and St.*, v. 59, N 1, 1967.
43. H. Roberts, *Probabilistic Prediction*, J.A.S.A., v. 60, N 319, 1965.
44. A. Zellner, *On Errors in Variables*, Center for Math. St. in Bus. and Ec., Chicago, Jan., 1967.
45. A. Madansky, «The Fitting of Straight Lines When Both variables Are Subject to Errors», *J.A.S.A.*, v. 54, N 258, 1959.
46. M. Halperin, «Fitting of Straight Lines and Prediction When Both Variables Are Subject to Errors», *J.A.S.A.*, v. 56, N 295, 1961.
47. T. Lancaster, «A Note on an 'Errors in Variables' Model», *J.A.S.A.*, v. 61, N 313, 1966.
48. Z. Griliches, «A Note on a Serial Correlation Bias in Estimates of Distributed Lags», *Econom.*, v. 29, N 1, 1961.
49. J. Johnston, *Econometric Methods*, N.Y. L., 1963.
50. A. Goldberger, *Econometric Theory*, N.Y., 1964.
51. Z. Griliches, *Specification Analysis in Econometrics* (Lecture Notes), Center for Math. St. in Bus. and Econom, Chicago, 1966.
52. P. Rao, Z. Griliches, *Small-Sample Properties of Several Two-Stage Regression Methods in the Context of Autocorrelated Errors*, Center for Math. St. in Bus. and Ec., Chicago. Rep. 6731, Oct. 1967.
53. H. Thornber, «Finite sample Monte-Carlo Studies: An Autoregressive Illustration», *J.A.S.A.*, v. 62, N 319, 1967.
54. R. Parks, «Efficient Estimation of a System of Regression Equation When Disturbances Are Both Serially and Contemporaneously Correlated», *J.A.S.A.*, v. 62, N 318, 1967.
55. H. Wold, «On the Least Squares Regression with Autocorrelated Variables and Residuals», *Bul. of the Intern. Stat. Inst.*, v. 32, p. 2, 1950.
56. J. Copas, «Monte-Carlo Results for Estimation in a Stable Markov Time Series», *J. of R.S.S.*, Ser. A, v. 129, P. 1, 1966.

57. E. Malinvaud, *Methodes Statistiques de l'Econometrie*, Paris, 1964.
58. A. Leussink, *A General Solution of the BLUS-Problems*, Netherland School of Econometric, Econometric Institute, Report 6706, 17. 3. 1967.
59. H. Theil, *A Simplification of the BLUS Procedure for Analysing Regression Disturbances*, Univ. of Chicago, Center for Math. St. in Bus. and Econom., Rep. 6709, Febr. 1967.
60. J. Koerts, A. Abrahamse, *The Power of Three Test Procedure for Serial Correlation in Least Squares Regression* Netherl. School of Econom., Econom., Inst., Rep. 6804, 20. 3. 1968.
61. J. Sacks, D. Ilvisaker, «Designs for Regression Problems with Correlated Errors», *The Annals of Math. Stat.*, v. 37, N 1, 1966.
62. J. Sacks, D. Ilvisaker, «Designs for Regression Problems with Correlated Errors: Many Parameters», *The Annals of Math. Stat.*, v. 39, N 1, 1968.
63. F. Marriot, J. Pope, «Bias in the Estimation of Autocorrelation», *Biometrika*, v. 41, p. 390—402, 1954.
64. J. White, «Asymptotic Expansions for the Mean and Variance of the Serial Correlation Coefficients», *Biometrika*, v. 48, p. 85—94, 1961.
65. H. Theil, «The Analysis of Disturbances in Regression Analysis», *J. of Am. Stat. As.*, v. 60, N 312, 1965.
66. G. Chow, «Tests for Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions», *Econom.*, v. 28, N 3, 1960.
67. G. Menges, H. Diehl, «Time Stability of Structural Parameters' with Discussion», *Econometric Anal. for Nat. Econ. Plan.* 16-th symp. of the Colston Research Society, April 1964, L. 1964.
68. P. Fisk, «Models of the Second Kind in Regression Analysis», *J. of R.S.S.*, Ser. B, v. 29, N 2, 1967.
69. H. Mann, «Non-Parametric Tests Analysis Trend», *Econom.*, v. 13, N 4, 1945.
70. H. Gleiser, *Testing Heteroscedasticity in Regression Disturbances*, *Joint Europ. Meeting of the Econom. Soc. and the Inst. of Man. Sci.*, Warsaw, 2—7. 9. 1966.
71. R. Parks, «Estimation with Heteroscedastic Error Term», *Econom.*, v. 34, N 4, 1966.
72. A. Zellner, V. Karupan Chetty, «Prediction and Decision Problems in Regression Models from the Bayesian Point of View», *J. of Am. St. As.*, v. 60, pp. 608—616, 1965.
73. L. Koyck, *Distributed Lags and Investment Analysis*, Amsterdam, North-Hol. Publ. Co., 1954.
74. N. Leviatan, «Consistent Estimation of Distributed Lags», *J.E.R.*, v. 4, N 1, 1963.
75. K. Wallis, «Lagged Dependent Variables and Serially Correlated Errors: A Reappraisal of Three — Pass Least Squares», *Rev. of Ec. and St.*, v. 49, N 4, 1967.
76. T. Sargent, «Some Evidence of the Small Sample Properties of Distributed Lags, Estimators in the Presence of Autocorrelated Disturbances», *Rev. of Ec. and St.*, v. 59, N 1, 1968.
77. L. Taylor, T. Wilson, «Three — Pass Least Squares: A Method for Estimating Models with a Lagged Dependent Variables», *Rev. of Ec. and St.*, v. 55, N 4, 1964.
78. L. Klein, «The Estimation of Distributed Lags», *Econom.*, v. 26, N 4, 1958.
79. Sh. Almon, «The Distributed Lags between Capital Appropriations and Expenditures», *Econom.*, v. 33, N 1, 1965.
80. R. Resek, «Investments by Manufacturing Firms: A Quarterly Time Series Analysis of Industry Data», *The Rev. of Econ. and Stat.*, N 3, 1966.
81. D. Jorgenson, J. Stephenson, «Investment Behavior in the U.S. Manufacturing, 1947—1960», *Econom.*, v. 35, N 2, 1967.

82. E. Hannan, «The Estimation of Relationship Involving Distributed Lags», *Econom.*, v. 33, N 1, 1965.
83. T. Amemija, W. Fuller, «A Comparative Study of Alternative Estimators in a Distributed Lags Model», *Econom.*, v. 35, N 3—4, 1967.
84. P. Tinsley, «An Application of Variable Weight Distributed Lags», *J.A.S.A.*, v. 62, N 320, 1967.
85. R. Waud, «Misspecification in the 'Partial Adjustment' and 'Adaptive Expectation' Models», *Int. Econ. Rev.*, v. 9, N 2, 1968.
86. H. Nouthakker, L. Taylor, *Consumer Demand in the United States 1929—1970. Analyses and Projections*, Cambridge, Mass, 1966.
87. R. Waud, Small Sample Bias Due to Misspecification in the «Partial Adjustment» and «Adaptive Expectations» Models, *J. of A.S.A.*, v. 61, N 316, 1966.
88. F. Fisher, *Dynamic Structure and Estimation in Economy-Wide Econometric Models in (1. 2. 19)*.
89. A. Zellner, «An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias», *J.A.S.A.*, v. 57, 1962.
90. A. Zellner, «Estimators of Seemingly Unrelated Regressions: Some Exact Finite Sample Results», *J.A.S.A.*, v. 58, 1963, pp. 977—992.
91. J. Aitchison, S. Silvey, «Maximum — Likelihood Estimation of Parameters Subject to Restraints», *Annals of Math. Stat.*, v. 29, pp. 813—828, 1958.
92. J. Chipman, B. Rao, «The Treatment of Linear Restrictions in Regression Analysis», *Econom.*, v. 32, N 1—2, 1964.
93. Th. Rothenberg, *Efficient Estimation with a priori Information: A Classical Approach*, Cowles Foundation Disc. Paper N 205, 14. 4. 1966.
94. Th. Rothenberg, *Structural Restrictions and Estimation Efficiency in Linear Econometric Models*, Cowles Foundation Disc. Paper, N 213, 23. 8. 1966.
95. A. Barten, «Consumer Demand Functions Under Conditions of Almost Additive Preferences», *Econom.*, v. 32, N 1, 1964.
96. T. Rothenberg, C. Leenders, «Efficient Estimation of Simultaneous Equation Systems», *Econom.*, v. 32, N 1—2, 1964.
97. H. Eisenpress, «A Note on the Estimation of Linear Systems», *Econom.*, v. 30, N 3, 1962.
98. A. Zellner, H. Theil, «Three-Stage Least Squares: Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations», *Econom.*, v. 30, N 1, 1962.
99. G. Chow, «Two Methods of Computing FIML Estimates in Simultaneous Stochastic Equations», *I.E.R.*, v. 9, N 1, 1968.
100. R. Summers, «A Capital-Intensive Approach to the Small-Sample Properties of Various Simultaneous Equation Estimators», *Econom.*, v. 33, N 1, 1965.
101. J. Gragg, «On the Sensivity of Simultaneous-Equation Estimators to the Stochastic Assumptions of the Model», *J. of Am. Stat. As.*, v. 61, N 313, 1966.
102. J. Gragg, «On the Relative Small-Sample Properties of Several Structural-Equation Estimators», *Econom.*, v. 35, N 1, 1967.
103. J. Gragg, «Some Effects of Incorrect Specification on the Small-Sample Properties of Several Simultaneous-Equation Estimators», *Inter. Ec. Rev.*, v. 9, N 1, 1968.
104. A. Nagar, «The Bias and Moment Matrix of the General k-Class Estimators of the Parameters in Simultaneous Equations», *Econom.*, v. 27, N 4, 1959.
105. A. Nagar, «Double k-class Estimators of Parameters in Simultaneous Equations and Their Small Sample Properties», *I.E.R.*, v. 3; N 2, 1962.
106. A. Nagar, «A Monte Carlo Study of Alternative Simultaneous Equation Estimators», *Econom.*, v. 28, N 3, 1960.

107. A. Bergstrom, «The Exact Sampling Distribution of Least Squares and Maximum Likelihood Estimators of the Marginal Propensity to Consume», *Econom.*, v. 30, N 4, 1962.
108. A. Nagar, N. Kakwani, «Best Linear Unbiased Prediction for a Structural Econometric Model», *Indian Econ. Rev.*, v. 6, N 3, 1965.
109. F. Fisher, «Identifiability in Non-Linear Systems», *Rev. of Ec. St.*, 1963.
110. Н. Райбман, О. Ханш, «Дисперсионные методы идентификации многомерных нелинейных объектов управления», *Автоматика и телемеханика*, 1967, № 5.
111. V. Pareyra, «Iterative Methods for Solving Nonlinear Least Squares Problems», *SIAM J. Numerical Analysis*, v. 4, N 1, 1967.
112. W. Rheinboldt, «A Unified Convergence Theory for a Class of Iterative Processes», *SIAM J. Num. Anal.*, v. 5, N 1 1968.
113. H. Hartley, «The Modified Gauss-Newton Method for the Fitting of Nonlinear Regression Functions by Least Squares», *Technometrics*, v. 3, 1961.
114. H. Hartley, A. Booker, «Nonlinear Least Squares Estimation», *The Annals of Math. Stat.*, v. 36, N 2, 1965.
115. D. Marquart, «An Algorithm for Least Squares Estimation of Non-Linear Parameters», *J. of Soc. of Ind. and Applied Math.*, v. 11, N 2, 1963.
116. H. Eisenpress, J. Greenstadt, «The Estimation of Nonlinear Econometric Systems», *Econom.*, v. 34, N 4, 1966.
117. R. Brown, *Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, N.Y., 1963.
118. Davisson, «Prediction of Time Series from Finite Past», *J. of Ind. and Appl. Math.*, v. 13, N 3, 1965.
119. А. Смирнов, «К проблеме оптимального экономического программирования», *Эк. и мат. методы*, т. 2, № 5, 1965.
120. M. Nerlova, «Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures», *Econometrica*, v. 32, N 3, 1964.
121. D. Jorgenson, «Seasonal Adjustment of Data for Econometric Analysis», *J. of A.S.A.*, v. 62, N 317, 1967.